

PRÉREQUIS NÉCESSAIRES :

- Fonctions périodiques.
- Calcul intégral et propriétés de l'intégrale.
- Connaissances de base d'un logiciel de calcul formel et d'un logiciel de géométrie dynamique.

OBJECTIFS DE L'ACTIVITÉ :

- Approche numérique et graphique d'une valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.
- Utilisation d'un logiciel de calcul formel et d'un logiciel de géométrie dynamique.
- Utilisation de la calculatrice pour vérifier les résultats en appliquant la relation de Chasles.

COMPÉTENCES VISÉES :

- Raisonner, vérifier la cohérence d'un résultat avec la calculatrice, avec une représentation graphique
- S'approprier un logiciel de calcul formel et de géométrie dynamique.

CAPACITÉS DU PROGRAMME TRAVAILLÉES :

- Approche numérique et graphique d'une valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.
- Relation de Chasles de l'intégrale
- Savoir utiliser la calculatrice pour vérifier le calcul d'une intégrale.

SUJET D'étude

On appelle $u(t)$ la tension en volts en fonction du temps t (en ms).

Étudions la valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ et la valeur efficace U de cette tension $u(t)$ sur une période.

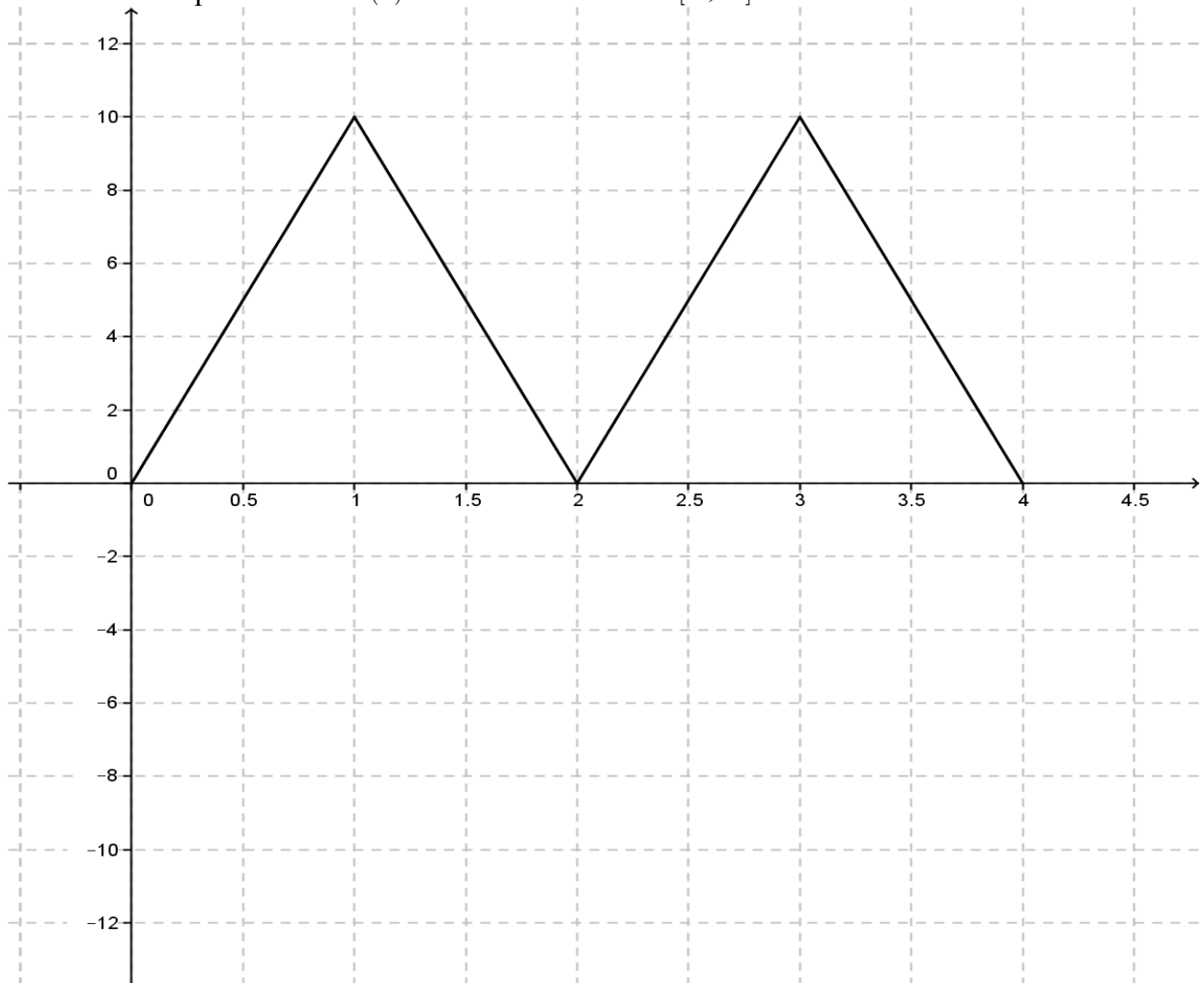
La valeur efficace d'une tension périodique est la tension continue constante qui dissiperait la même puissance qu'un dipôle purement résistif. En Physique, on mesure la valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ à l'aide d'un voltmètre en position DC, et la valeur efficace U à l'aide d'un voltmètre en position DC+AC



Partie A : Lectures graphiques

Le montage ci-dessus nous permet d'avoir le signal $u(t)$ représenté ci-dessous :

1. Déterminer la période T de $u(t)$.
2. Déterminer l'expression de $u(t)$ en fonction de t sur $[0 ; T]$.



3. A l'aide de la représentation graphique de $u(t)$, déterminer $\langle u(t) \rangle$ sur $[0 ; 2]$.

Partie B : Par calcul

Soit $u(t)$ le signal périodique de période $T = 2$ ms tel que
$$\begin{cases} u(t) = 10t & \text{si } 0 < t \leq 1 \\ u(t) = -10t + 20 & \text{si } 1 < t \leq 2 \end{cases}.$$

La valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ sur $[0; T]$ est donnée par $\langle u(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$

et la valeur efficace U de la tension $u(t)$ sur $[0; T]$ est donnée par $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$

1. En utilisant un logiciel si besoin, calculer la valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ sur $[0; 2]$.
2. En utilisant un logiciel , calculer la valeur efficace U de la tension $u(t)$ sur $[0; 2]$.
3. Vérifier vos résultats à l'aide de votre calculatrice.

Partie C : A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, tracer la représentation graphique de $u(t)$ sur $[0; 2]$.
2. En déduire la valeur moyenne $\langle u(t) \rangle$ sur $[0; 2]$.
3. Calculer la valeur efficace U de la tension $u(t)$ sur $[0; 2]$.