

# PROBABILITÉ



## I) Vocabulaire

Une expérience est **aléatoire** lorsqu'on n'est incapable de prédire son résultat bien qu'on puisse quand même envisager des résultats possibles.

*Le lancer d'un dé constitue une expérience aléatoire dans la mesure où le dé est bien équilibré.*

Le résultat d'une expérience est appelée **issue**.

L'ensemble  $\Omega$  des issues d'une expérience est appelé **univers**.

*Dans le cas d'un lancer de dé à 6 faces :  $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ .*

Un **événement** correspond à une partie de l'univers.

$P = \{2 ; 4 ; 6\}$  est l'évènement « obtenir un nombre pair ».

Pour que l'évènement soit réalisé, il faut que l'issue de l'expérience soit un élément de l'évènement.

*P est réalisé si l'issue de l'expérience est 2, 4 ou 6.*

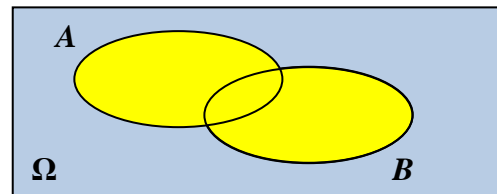
Un **événement élémentaire** est un événement ne contenant qu'un seul élément.

$E = \{6\}$  est l'évènement élémentaire « obtenir 6 ».

## II) Réunion, intersection, évènements incompatibles, évènements contraires

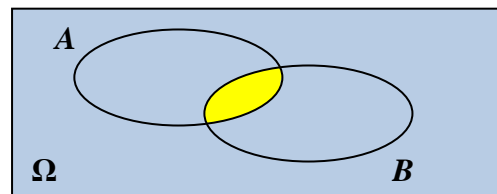
La **réunion** de deux évènements  $A$  et  $B$  est l'évènement constitué des issues qui réalisent l'évènement  $A$  **ou** l'évènement  $B$ .

On note  $A \cup B$  et on lit  $A$  **union**  $B$ .



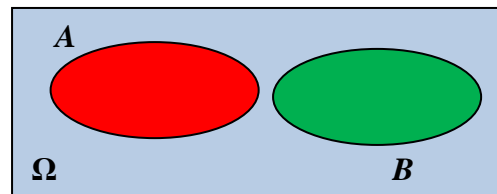
L'**intersection** de deux évènements  $A$  et  $B$  est l'évènement constitué des issues qui réalisent l'évènement  $A$  **et** l'évènement  $B$ .

On note  $A \cap B$  et on lit  $A$  **inter**  $B$ .



Deux évènements  $A$  et  $B$  sont **incompatibles** lorsqu'ils n'ont **aucune issue en commun**.

$A \cap B = \emptyset$  ( $\emptyset$  se lit ensemble vide).

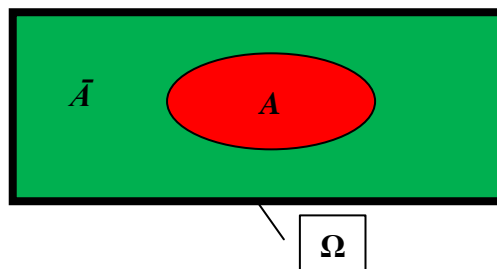


Deux évènements sont **contraires**

- s'ils n'ont **aucune issue en commun**
- **si la réunion de leurs issues constitue l'univers.**

On note  $\bar{A}$  l'évènement contraire de  $A$ .

( $\bar{A}$  se lit « A barre »)



On considère l'évènement  $A$  : obtenir un nombre pair avec un dé à 6 faces  $A = \{2 ; 4 ; 6\}$   
et l'évènement  $B$  : obtenir un nombre multiple de 3 avec un dé à 6 faces  $B = \{3 ; 6\}$

$$A \cup B = \{2 ; 3 ; 4 ; 6\} \text{ et } A \cap B = \{6\}$$

L'évènement  $C$  : obtenir un nombre multiple de 5 avec un dé à 6 faces  $C = \{5\}$  est incompatible avec l'évènement  $A$ .

$$A \cap C = \emptyset$$

L'évènement  $\bar{A}$  : obtenir un nombre impair avec un dé à 6 faces  $\bar{A} = \{1 ; 3 ; 5\}$  est contraire à l'évènement  $A$ .

$$A \cup \bar{A} = \Omega$$

### **III) Probabilité d'un évènement, équiprobabilité**

On considère  $\Omega$ , un univers comportant un nombre fini d'issues.

Pour chaque issue correspond un nombre appelé probabilité compris entre 0 et 1.

Des évènements qui ont **tous la même probabilité** de se réaliser sont des **évènements équiprobables**.

La probabilité d'un évènement  $A$ , noté  $p(A)$ , est égale à la **somme des probabilités des évènements élémentaires** qui le constituent.

Il en résulte que la probabilité d'un évènement impossible est 0 :  $p(\emptyset) = 0$ .

$$p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à } A}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } \Omega}$$

La **somme des probabilités** de tous les évènements élémentaires de l'univers est **égale à 1**.

Pour le lancer d'un dé non truqué, toutes les faces ont la même probabilité de sortir :

Évènement	1	2	3	4	5	6
Probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

L'évènement obtenir un nombre impair a une probabilité égale à 3/6 (ou 1/2) puis qu'il y a trois nombres impairs dans  $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$ .

### **IV) Opérations sur les évènements**

Soit  $A$  et  $B$  deux évènements et  $\bar{A}$  l'évènement contraire de  $A$  :

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Si  $A$  et  $B$  sont incompatibles, alors  $A \cap B = \emptyset$  d'où  $p(A \cap B) = 0$

Dans ce cas :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$