

PROBABILITÉ



I) Vocabulaire

Une expérience est **aléatoire** lorsqu'on n'est incapable de prédire son résultat bien qu'on puisse quand même envisager des résultats possibles.

Le lancer d'un dé constitue une expérience aléatoire dans la mesure où le dé est bien équilibré.

Le résultat d'une expérience est appelée **issue**.

L'ensemble Ω des issues d'une expérience est appelé **univers**.

Dans le cas d'un lancer de dé à 6 faces : $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

Un **événement** correspond à une partie de l'univers.

$P = \{2 ; 4 ; 6\}$ est l'évènement « obtenir un nombre pair ».

Pour que l'évènement soit réalisé, il faut que l'issue de l'expérience soit un élément de l'évènement.

P est réalisé si l'issue de l'expérience est 2, 4 ou 6.

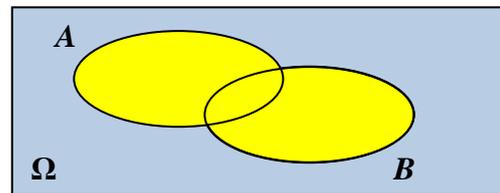
Un **événement élémentaire** est un événement ne contenant qu'un seul élément.

$E = \{6\}$ est l'évènement élémentaire « obtenir 6 ».

II) Réunion, intersection, évènements incompatibles, évènements contraires

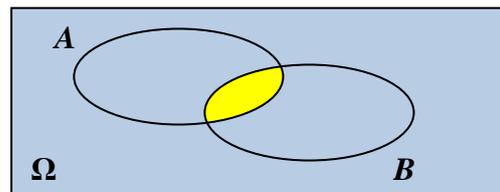
La **réunion** de deux évènements A et B est l'évènement constitué des issues qui réalisent l'évènement A **ou** l'évènement B .

On note $A \cup B$ et on lit A **union** B .



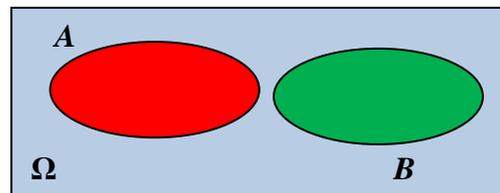
L'**intersection** de deux évènements A et B est l'évènement constitué des issues qui réalisent l'évènement A **et** l'évènement B .

On note $A \cap B$ et on lit A **inter** B .



Deux évènements A et B sont **incompatibles** lorsqu'ils n'ont **aucune issue en commun**.

$A \cap B = \emptyset$ (\emptyset se lit ensemble vide).

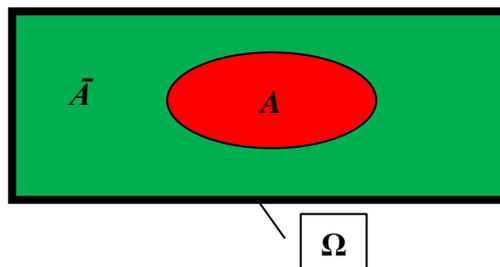


Deux évènements sont **contraires**

- s'ils n'ont **aucune issue en commun**
- **si la réunion de leurs issues constitue l'univers.**

On note \bar{A} l'évènement contraire de A .

(\bar{A} se lit « A barre »)



On considère l'évènement A : obtenir un nombre pair avec un dé à 6 faces $A = \{2 ; 4 ; 6\}$
et l'évènement B : obtenir un nombre multiple de 3 avec un dé à 6 faces $B = \{3 ; 6\}$

$$A \cup B = \{2 ; 3 ; 4 ; 6\} \text{ et } A \cap B = \{6\}$$

L'évènement C : obtenir un nombre multiple de 5 avec un dé à 6 faces $C = \{5\}$ est incompatible avec l'évènement A .

$$A \cap C = \emptyset$$

L'évènement \bar{A} : obtenir un nombre impair avec un dé à 6 faces $\bar{A} = \{1 ; 3 ; 5\}$ est contraire à l'évènement A .

$$A \cup \bar{A} = \Omega$$

III) Probabilité d'un évènement, équiprobabilité

On considère Ω , un univers comportant un nombre fini d'issues.

Pour chaque issue correspond un nombre appelé probabilité compris entre 0 et 1.

Des évènements qui ont **tous la même probabilité** de se réaliser sont des **évènements équiprobables**.

La probabilité d'un évènement A , noté $p(A)$, est égale à la **somme des probabilités des évènements élémentaires** qui le constituent.

Il en résulte que la probabilité d'un évènement impossible est 0 : $p(\emptyset) = 0$.

$$p(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à } A}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } \Omega}$$

La **somme des probabilités** de tous les évènements élémentaires de l'univers est **égale à 1**.

Pour le lancer d'un dé non truqué, toutes les faces ont la même probabilité de sortir :

Évènement	1	2	3	4	5	6
Probabilité	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

L'évènement obtenir un nombre impair a une probabilité égale à 3/6 (ou 1/2) puis qu'il y a trois nombres impairs dans $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$.

IV) Opérations sur les évènements

Soit A et B deux évènements et \bar{A} l'évènement contraire de A :

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

Si A et B sont incompatibles, alors $A \cap B = \emptyset$ d'où $p(A \cap B) = 0$

Dans ce cas :

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$$