**Spécialités :** Électrotechnique, Systèmes phoniques et Techniques physiques pour l'industrie et le laboratoire

## EXERCICE 2 — 8 points

Une entreprise utilise deux machines A et B pour produire des composants électroniques.

### Partie A

Un composant est accepté s'il admet une résistance électrique comprise entre 195 et 205 ohms. On admet que la variable aléatoire R qui, à Wi composant prélevé au hasard dans la production de la machine A, associe la valeur exprimée en ohm de sa résistance, suit une loi normale de paramètres $\boldsymbol{\mu} = 200$ et $\boldsymbol{\sigma}$.
On prélève au hasard un composant dans la production.

1. **On suppose, dans cette question uniquement, que : $\sigma = 3{,}5$.**
   Quelle est la probabilité que le composant prélevé soit accepté ? Arrondir à 0,01 près.
2. Avec un meilleur réglage de la machine qui ne modifie pas $\mu$, mais qui agit sur $\sigma$, on souhaite pouvoir accepter 95 % des composants produits.
   a. Quel est la probabilité que : $\boldsymbol{R} \in [\boldsymbol{\mu} - 2\boldsymbol{\sigma} ; \boldsymbol{\mu} + 2\boldsymbol{\sigma}]$ ? Arrondir à 0,01 près.
   b. On rappelle qu'un composant est accepté s'il admet une résistance électrique comprise entre 195 et 205 ohms.
   Quelle valeur peut-on donner à $\sigma$, en réglant la machine, pour que 95 % des composants produits soient acceptés ?

**1. D'après l'énoncé:**

L'évènement « Le composant prélevé est accepté » si $195 \leq R \leq 205$ est désigné le succès de probabilité $P_{R\ accepté}$ et si le composant n'est pas accepté , l'échec et de probabilité: $Q = 1 - P_{R\ accepté}$
*suit une loi normale de* paramètres $\boldsymbol{\mu} = 200$ et $\sigma = 3{,}5$

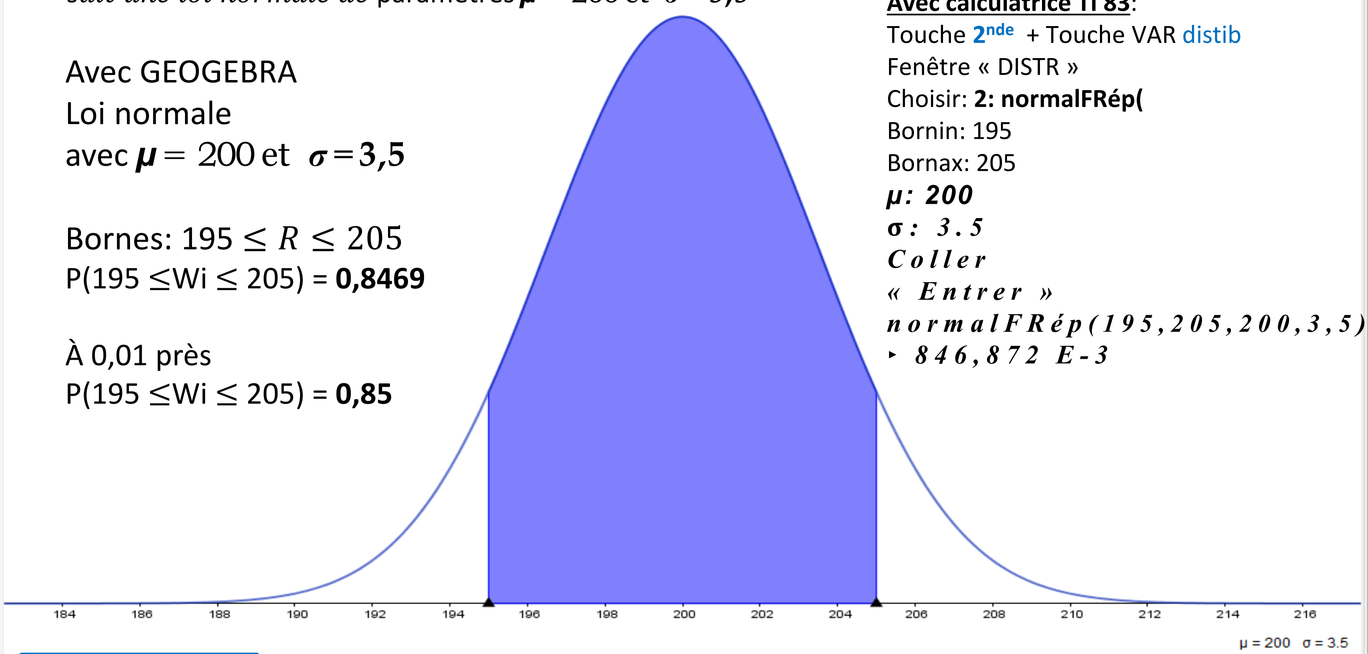
Avec GEOGEBRA
Loi normale
avec $\boldsymbol{\mu} = 200$ et $\sigma = 3{,}5$

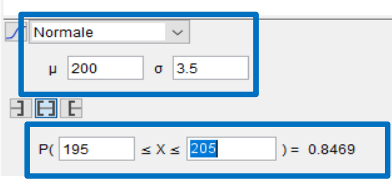
Bornes: $195 \leq R \leq 205$
P(195 ≤Wi ≤ 205) = **0,8469**

À 0,01 près
P(195 ≤Wi ≤ 205) = **0,85**

<u>**Avec calculatrice TI 83**</u>:
Touche **2<sup></sup>**

Touche $\mathbf{2^{nde}}$ + Touche VAR distib
Fenêtre « DISTR »
Choisir: **2: normalFRép(**
Bornin: 195
Bornax: 205
***μ: 200***
***σ : 3.5***
***Coller***
***« Entrer »***
***normalFRép(195,205,200,3,5)***
***▸ 846,872 E-3***




Voire transformation d'une loi normale à une loi normale centrée réduite: $\dfrac{X - \mu}{\sigma} \rightarrow X^*$

**2. a.** $\boldsymbol{R} \in [\boldsymbol{\mu} - 2\boldsymbol{\sigma} ; \boldsymbol{\mu} + 2\boldsymbol{\sigma}]$
$\boldsymbol{\mu} = 200$ et $\sigma = 3{,}5$

P( 193 ≤ X ≤ 207 ) = 0.9545

**b.** $\mathbf{P}\left(\dfrac{195 - 200}{3{,}5} \leq \mathbf{X} \leq \dfrac{205 - 200}{3{,}5}\right) = 0.95$

$\mathbf{P}\left(\dfrac{-5}{3{,}5} \leq \mathbf{X} \leq \dfrac{+5}{3{,}5}\right) = 0.5$

$1.959 = \dfrac{+5}{\sigma}$ d'où $\sigma = 2.55$

**b** . <u>**Avec calculatrice TI 83**</u>:
Touche $\mathbf{2^{nde}}$ + Touche VAR distib
Fenêtre « DISTR » puis Choisir: **3: invNormal(**
**aire:** ***0,95***
***μ: 0***
***σ : 1 CENTR***
***Coller puis « Entrer »***
***invNormale(0.95,0,1,CENTR)***
***{-1.959963986E0 1.959963986E0}***

**Partie B**

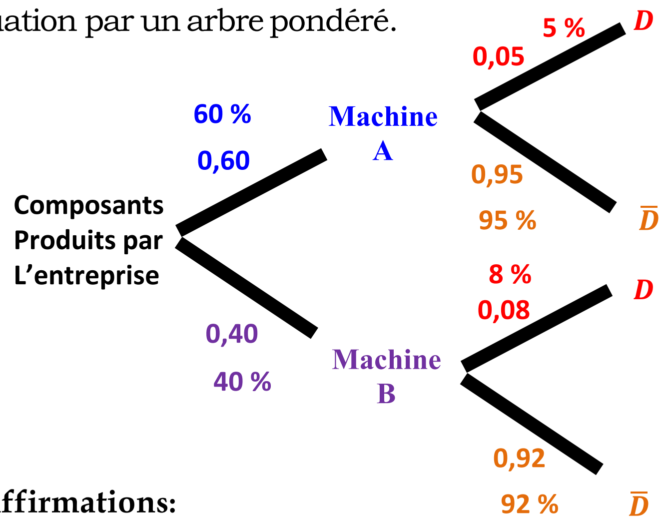
La machine B fabrique 40 % des composants produits par l'entreprise. Le reste est produit par la machine A. On admet que la machine B produit 8 % de composants défectueux et que la machine A produit 5 % de composants défectueux. On prélève au hasard une pièce dans la production.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

**2. Pour chaque affirmation, une seule des propositions est exacte. Porter sur la copie, sans justification, le numéro de l'affirmation suivi de la valeur choisie.**

**Une bonne réponse rapporte 0,5 points, une réponse incorrecte ou l'absence de réponse n'en-lève pas de point.**

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.




$P(A \cap D) = P(A)\ .\ P_A(D)$

$+$

$P(A \cap \bar{D}) = P(A)\ .\ P_A(\bar{D})$

$+$

$P(B \cap D) = P(B)\ .\ P_B(D)$

$+$

$P(B \cap \bar{D}) = P(B)\ .\ P_B(\bar{D})$

**2. Vos réponses à ces affirmations:**

**Affirmation 1 :** Sachant que la pièce prélevée est produite par la machine B, la probabilité qu'elle ne soit pas défectueuse est :

*a.* *0,368* **b. 0,92** *c.* *0,08* *d.* *0,032*

*la pièce n'est pas défectueuse* $\bar{D}$ *SACHANT qu'elle est produite par la machine B :* $P_B(\bar{D}) = 0,92$

$P(B \cap \bar{D}) = P(B)\ .\ P_B(\bar{D})$

**Affirmation 2 :** La probabilité que la pièce prélevée soit produite par la machine A et qu'elle soit défectueuse est:

*a.* *0,05* *b.* *0,92* **c. 0,03** *d.* *0,95*

*la pièce n'est pas défectueuse* $\bar{D}$ *ET elle est produite par la machine A*:

$P(A \cap D) = P(A)\ .\ P_A(D) = 0,60 \times 0,05 = 0,03$

**Affirmation 3 :** La probabilité que la pièce prélevée soit défectueuse est :

*a.* *0,938* *b.* *0,13* **c. 0,062** *d.* *0,065*

**Préalable:** $\{A, B\}$ *est une partition de* $\Omega$ $((A \cap B) \neq \emptyset$ *et* $(A \cap B) = \Omega$

$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = 0,60 \times 0,05 + 0,40 \times 0,08 = 0,030 + 0,032 = 0,062$

**Affirmation 4 :** Sachant que la pièce prélevée est défectueuse, la probabilité qu'elle ait été produite par la machine B est à $10^{-4}$ près :

**a. 0,5161** *b.* *0,0320* *c.* *0,0800* *d.* *0,483*

$P(D \cap B) = P(D)\ .\ P_D(B)$

$$P_D(B) = \frac{P(D \cap B)}{P(D)} = \frac{40 \times 0,08}{0,062} = \frac{0,032}{0,062} = 0,5161$$

**Partie C**

Dans cette partie, on considère qu'il y a 6% de composants défectueux dans la production globale. L'entreprise vend des boites contenant 150 composants.

La production de l'entreprise étant très importante, on peut assimiler la constitution d'une boite à une succession de 150 tirages avec remise.

On note $X$ la variable aléatoire qui à chaque boite associe le nombre de composants défectueux que contient la boite.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire $X$ ? Donner ses paramètres.
2. Un client mécontent se présente : il a trouvé 18 composants défectueux dans une boite. Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boites commercialisées comportent plus de 15 composants défectueux. *Dans cette question, les résultats seront arrondis à 0,001 près.*
   a. Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux dans une boite.
   b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux dans une boite.
   c. Le commercial a-t-il raison?
3. Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boite.

**1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire $X$ ? Donner ses paramètres.**

Tirage aléatoire – Répétition d'expérience avec remise (Répétition indépendante) nommée : $\boldsymbol{n}$
Schéma de BERNOULLI ⇔ $succès\ (défectueux) : \boldsymbol{p}\ et\ échec\ (Non\ défectueux) : \boldsymbol{q = 1 - p}$

$La\ loi\ binomiale\ se\ note\ \boldsymbol{B}\ de\ paramètres\ \boldsymbol{n} = 150\ et\ \boldsymbol{p} = 0.06\ soit\ \boldsymbol{B(n,p)} = \boldsymbol{B(150, 0.06)}$

**2.** Un client mécontent se présente : il a trouvé 18 composants défectueux dans une boite. Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boites commercialisées comportent plus de 15 composants défectueux. *Dans cette question, les résultats seront arrondis à 0,001 près.*

**a. Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux dans une boite.**

$Loi\ Binomiale\ B(150, 0{,}06)$ : $à\ l'aide\ la\ calculatrice$ $\mathrm{P}(X = 18) = \boldsymbol{2{,}29939\ E-3}$ = **0,002**

**Avec calculatrice TI 83**: Touche **2nde** + Touche VAR distib
Fenêtre « DISTR » « DESSIN » Choisir: **A: binomFdp**
**NbreEssais:** 150 **p:** 0,06 **valeur de x :** 18 *Coller « Entrer »*
***binomFdp(150,0.06,18)*** *2,29939 E-3*

**Avec calculatrice Casio 35+**: Touche **Menu** puis STATS
**F5**: DIST **F5:** BINM F1: Bp1 **Fenêtre** « D.P. binomiale»
**Datas:** Variable **x :** 18 **Numtrial:** 150 **p:** 0,06 **Save Res :** none
*« Exécuter »* D.P. binomiale p= ***2,2994 E-03***

**b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux dans une boite.**

$\mathrm{P}(X \geq 16) = 1 - \mathrm{P}(X < 16) = 1 - \mathrm{P}(X \leq 15)$

$\mathrm{P}(X \geq 16) = 1 - 0.9814 = 0{,}0186\ soit\ 0{,}019$

**Avec la calculatrice**: $\mathrm{P}(X \leq 15)$ = 981,424 E-3
**binomFRep**(150,0.06,15)

**c. Le commercial a-t-il raison?**

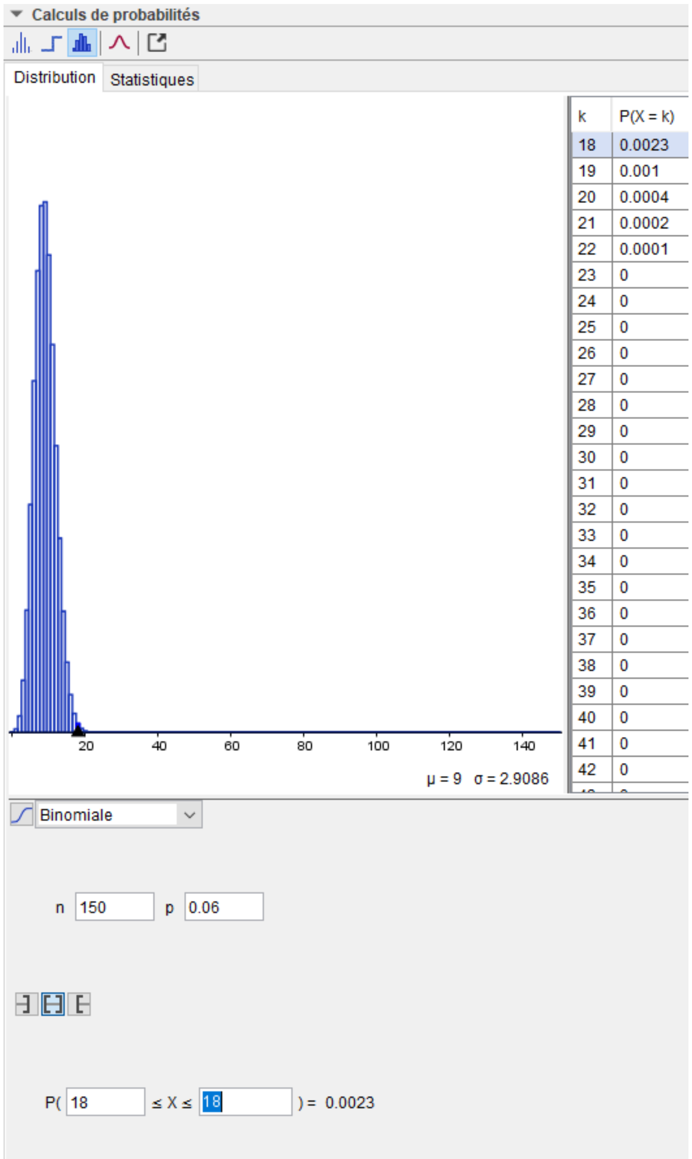
$Le\ commerçant\ a\ raison\ d'avoir\ annoncé\ au\ client\ mécontents\ que\ seulement\ 2\%\ étaient\ défectueux$ soit 0,02 car on trouve 1,9 % $<$ 2,0 %

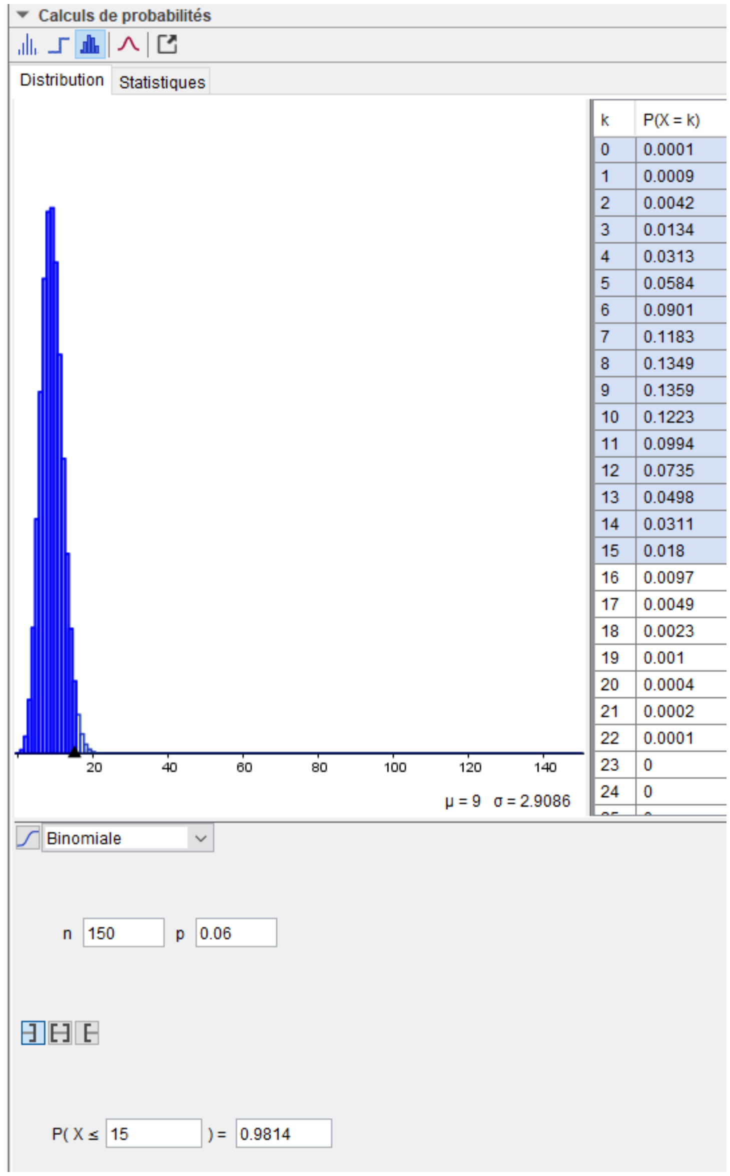
**3. Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boite.**

$$\boldsymbol{L'espérance\ E(X) = n.p = 150 \times 0.06 = 9\ \ et\ l'écart - type\ \sigma(X) = \sqrt{n.p(1-p)} = \sqrt{9(1 - 0{,}06)} = 2{,}9}$$

# Partie C :

# TIC : GEOGEBRA




$P(X = 18) = 2,29939\ E-3$

$P(X = 18) = \mathbf{0,0023}$

***binomFdp*(150,0.06,18)**

$P(X \leq 15) = \mathbf{981,424\ E-3}$

$P(X \leq 15) = \mathbf{0,9814}$

***binomFRep*(150,0.06,15)**

Attention à choisir Fdp car = 18 ou Frep car répartition de $-\infty$ à 15