

Spécialités : Électrotechnique, Systèmes phoniques et Techniques physiques pour l'industrie et le laboratoire**EXERCICE 2****8 points**

Une entreprise utilise deux machines A et B pour produire des composants électroniques.

Partie A

Un composant est accepté s'il admet une résistance électrique comprise entre 195 et 205 ohms. On admet que la variable aléatoire R qui, à W_i composant prélevé au hasard dans la production de la machine A, associe la valeur exprimée en ohm de sa résistance, suit une loi normale de paramètres $\mu = 200$ et σ . On prélève au hasard un composant dans la production.

1. On suppose, dans cette question uniquement, que : $\sigma = 3,5$.

Quelle est la probabilité que le composant prélevé soit accepté? Arrondir à 0,01 près.

2. Avec un meilleur réglage de la machine qui ne modifie pas μ , mais qui agit sur σ , on souhaite pouvoir accepter 95 % des composants produits.

a. Quel est la probabilité que : $R \in [\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$? Arrondir à 0,01 près.

b. On rappelle qu'un composant est accepté s'il admet une résistance électrique comprise entre 195 et 205 ohms.

Quelle valeur peut-on donner à σ , en réglant la machine, pour que 95 % des composants produits soient acceptés?

1. D'après l'énoncé:

L'évènement «Le composant prélevé est accepté» si $195 \leq R \leq 205$ est désigné le succès de probabilité $P_{R \text{ accepté}}$ et si le composant n'est pas accepté, l'échec de probabilité: $Q = 1 - P_{R \text{ accepté}}$ suit une loi normale de paramètres $\mu = 200$ et $\sigma = 3,5$

Avec GEOGEBRA

Loi normale

avec $\mu = 200$ et $\sigma = 3,5$

Bornes: $195 \leq R \leq 205$

$P(195 \leq W_i \leq 205) = 0,8469$

À 0,01 près

$P(195 \leq W_i \leq 205) = 0,85$

Avec calculatrice TI 83:

Touche **2^{nde}** + Touche VAR **distib**

Fenêtre « DISTR »

Choisir: **2: normalFRép(**

Bornin: 195

Bornax: 205

μ : 200

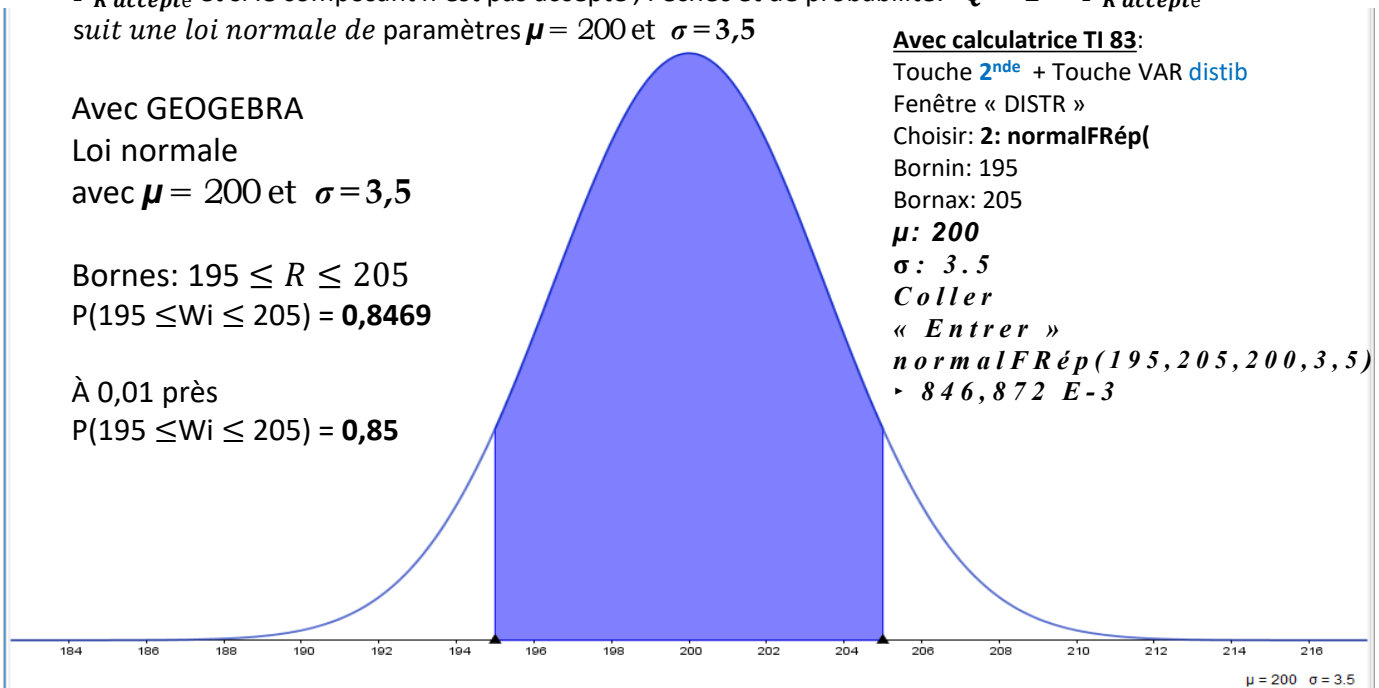
σ : 3.5

Coller

« Entrer »

normalFRép(195,205,200,3,5)

▷ 846,872 E-3



Normale

μ 200 σ 3.5

$P(195 \leq X \leq 205) = 0.8469$

2. a. $R \in [\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$
 $\mu = 200$ et $\sigma = 3,5$

$P(193 \leq X \leq 207) = 0.9545$

b. $P(\frac{195-200}{\sigma} \leq X \leq \frac{205-200}{\sigma}) = 0.95$

$P(\frac{-5}{\sigma} \leq X \leq \frac{+5}{\sigma}) = 0.95$

$1.959 = \frac{+5}{\sigma}$ d'où $\sigma = 2.55$

b. Avec calculatrice TI 83:

Touche **2^{nde}** + Touche VAR **distib**

Fenêtre « DISTR » puis Choisir: **3: invNormal(**
aire: 0,95

μ : 0

σ : 1 CENTR

Coller puis « Entrer »

invNormal(0.95,0,1,CENTR)

{-1.959963986E0 1.959963986E0}

Voire transformation d'une loi normale à une loi normale centrée

réduite: $\frac{X - \mu}{\sigma} \rightarrow X^*$

Partie B

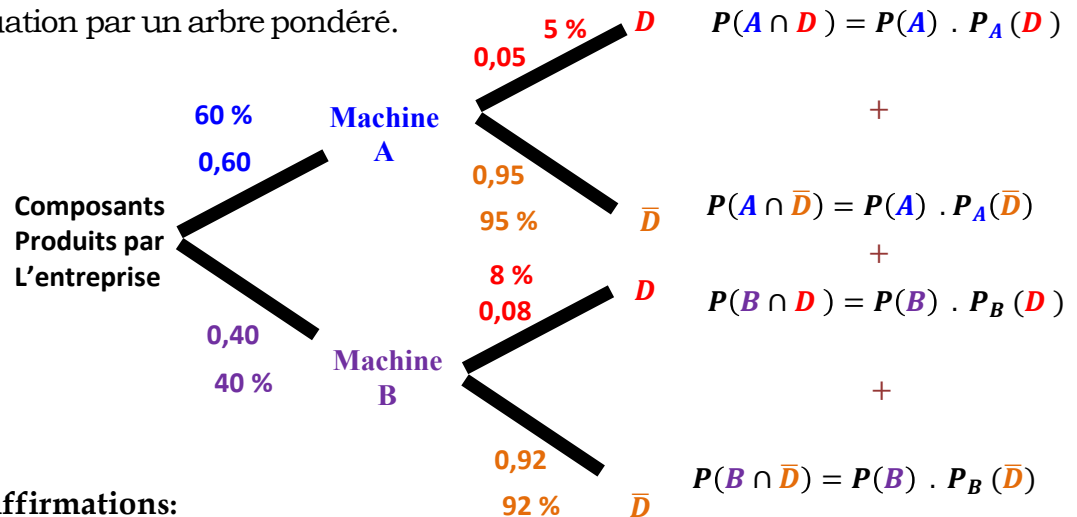
La machine B fabrique 40 % des composants produits par l'entreprise. Le reste est produit par la machine A. On admet que la machine B produit 8 % de composants défectueux et que la machine A produit 5 % de composants défectueux. On prélève au hasard une pièce dans la production.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.

2. Pour chaque affirmation, une seule des propositions est exacte. Porter sur la copie, sans justification, le numéro de l'affirmation suivi de la valeur choisie.

Une bonne réponse rapporte 0,5 points, une réponse incorrecte ou l'absence de réponse n'enlève pas de point.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.



2. Vos réponses à ces affirmations:

Affirmation 1 : Sachant que la pièce prélevée est produite par la machine B, la probabilité qu'elle ne soit pas défectueuse est :

- a. 0,368 b. **0,92** c. 0,08 d. 0,032

la pièce n'est pas défectueuse $\bar{D}$ SACHANT qu'elle est produite par la machine B : $P_B(\bar{D}) = 0,92$

$$P(B \cap \bar{D}) = P(B) \cdot P_B(\bar{D})$$

Affirmation 2 : La probabilité que la pièce prélevée soit produite par la machine A et qu'elle soit défectueuse est:

- a. 0,05 b. 0,92 c. **0,03** d. 0,95

la pièce n'est pas défectueuse $\bar{D}$ ET elle est produite par la machine A:

$$P(A \cap D) = P(A) \cdot P_A(D) = 0,60 \times 0,05 = 0,03$$

Affirmation 3 : La probabilité que la pièce prélevée soit défectueuse est :

- a. 0,938 b. 0,13 c. **0,062** d. 0,065

Préalable: $\{A, B\}$ est une partition de Ω ($(A \cap B) \neq \emptyset$ et $(A \cap B) = \Omega$)

$$P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = 0,60 \times 0,05 + 0,40 \times 0,08 = 0,030 + 0,032 = 0,062$$

Affirmation 4 : Sachant que la pièce prélevée est défectueuse, la probabilité qu'elle ait été produite par la machine B est à 10^{-4} près :

- a. **0,5161** b. 0,0320 c. 0,0800 d. 0,483

$$P(D \cap B) = P(D) \cdot P_B(D)$$

$$P_D(B) = \frac{P(D \cap B)}{P(D)} = \frac{0,40 \times 0,08}{0,062} = \frac{0,032}{0,062} = 0,5161$$

Partie C

Dans cette partie, on considère qu'il y a 6% de composants défectueux dans la production globale. L'entreprise vend des boîtes contenant 150 composants.

La production de l'entreprise étant très importante, on peut assimiler la constitution d'une boîte à une succession de 150 tirages avec remise.

On note X la variable aléatoire qui à chaque boîte associe le nombre de composants défectueux que contient la boîte.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Donner ses paramètres.
2. Un client mécontent se présente : il a trouvé 18 composants défectueux dans une boîte. Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boîtes commercialisées comportent plus de 15 composants défectueux. Dans cette question, les résultats seront arrondis à 0,001 près.
 - a. Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux dans une boîte.
 - b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux dans une boîte.
 - c. Le commercial a-t-il raison?
3. Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boîte.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Donner ses paramètres.

Tirage aléatoire – Répétition d'expérience avec remise (Répétition indépendante), on note : n le nombre de répétitions
Schéma de BERNOULLI $\Leftrightarrow$ succès $P(\text{défectueux}) = p$ et échec $P(\text{Non défectueux}) = q = 1 - p$

La loi binomiale se note B de paramètres $n = 150$ et $p = 0.06$ soit $B(n, p) = B(150, 0.06)$

2. Un client mécontent se présente : il a trouvé 18 composants défectueux dans une boîte. Un commercial de l'entreprise lui répond que moins de 2 % des boîtes commercialisées comportent plus de 15 composants défectueux. Dans cette question, les résultats seront arrondis à 0,001 près.

a. Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement 18 composants défectueux dans une boîte.

Loi Binomiale $B(150, 0.06)$: à l'aide la calculatrice $P(X = 18) = 2,29939 \text{ E-}3 = 0,002$

Avec calculatrice TI 83: Touche 2^{nde} + Touche VAR distib

Fenêtre « DISTR » « DESSIN » Choisir: A: binomFdp

NbreEssais: 150 p: 0,06 valeur de x: 18 Coller « Entrer »

$\text{binomFdp}(150, 0.06, 18) = 2,29939 \text{ E-}3$

Avec calculatrice Casio 35+: Touche Menu puis STATS

F5: DIST F5: BINM F1: Bp1 Fenêtre « D.P. binomiale »

Datas: Variable x: 18 Numtrial: 150 p: 0,06 Save Res : none

« Exécuter » D.P. binomiale $p = 2,2994 \text{ E-}3$

b. Déterminer la probabilité qu'il y ait au moins 16 composants défectueux dans une boîte.

$$P(X \geq 16) = 1 - P(X < 16) = 1 - P(X \leq 15)$$

$$P(X \geq 16) = 1 - 0.9814 = 0,0186 \text{ soit } 0,019$$

$$\text{Avec la calculatrice: } P(X \leq 15) = 981,424 \text{ E-}3$$

$$\text{binomFRep}(150, 0.06, 15)$$

c. Le commercial a-t-il raison?

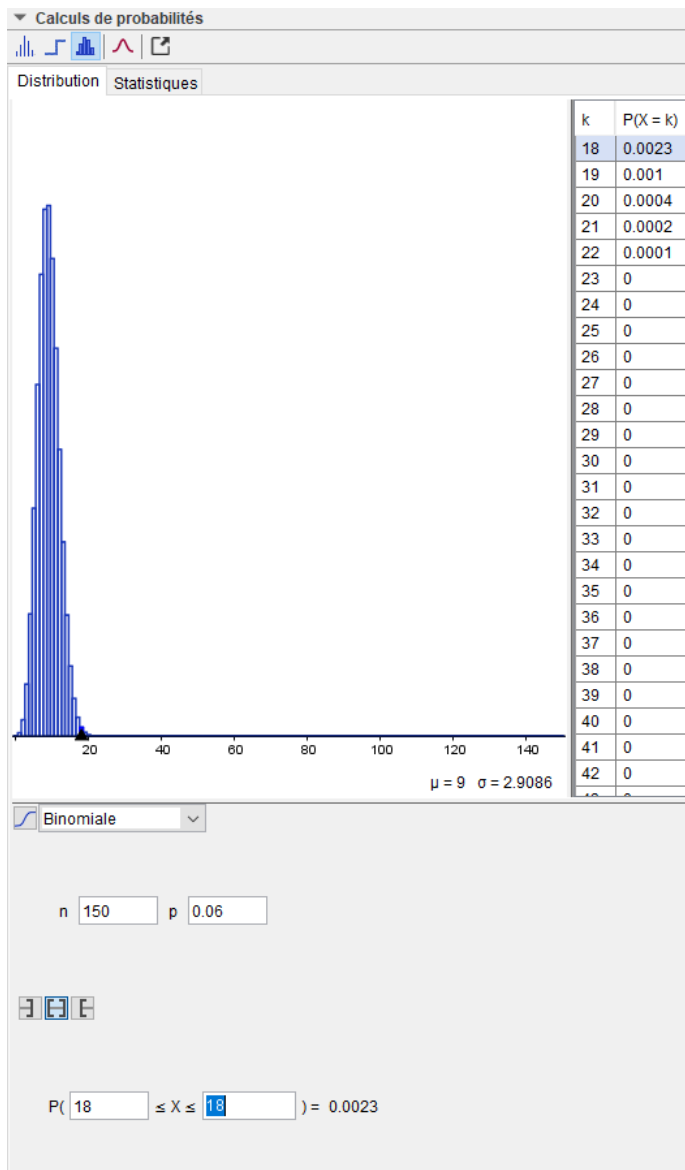
Le commerçant a raison d'avoir annoncé au client mécontents que seulement 2% étaient défectueux soit 0,02 car on trouve $1,9\% < 2,0\%$

3. Estimer le nombre moyen de composants défectueux dans une boîte.

$$L'espérance $E(X) = n.p = 150 \times 0.06 = 9$ et l'écart-type $\sigma(X) = \sqrt{n.p(1-p)} = \sqrt{9(1-0.06)} = 2,9$$$

Partie C :

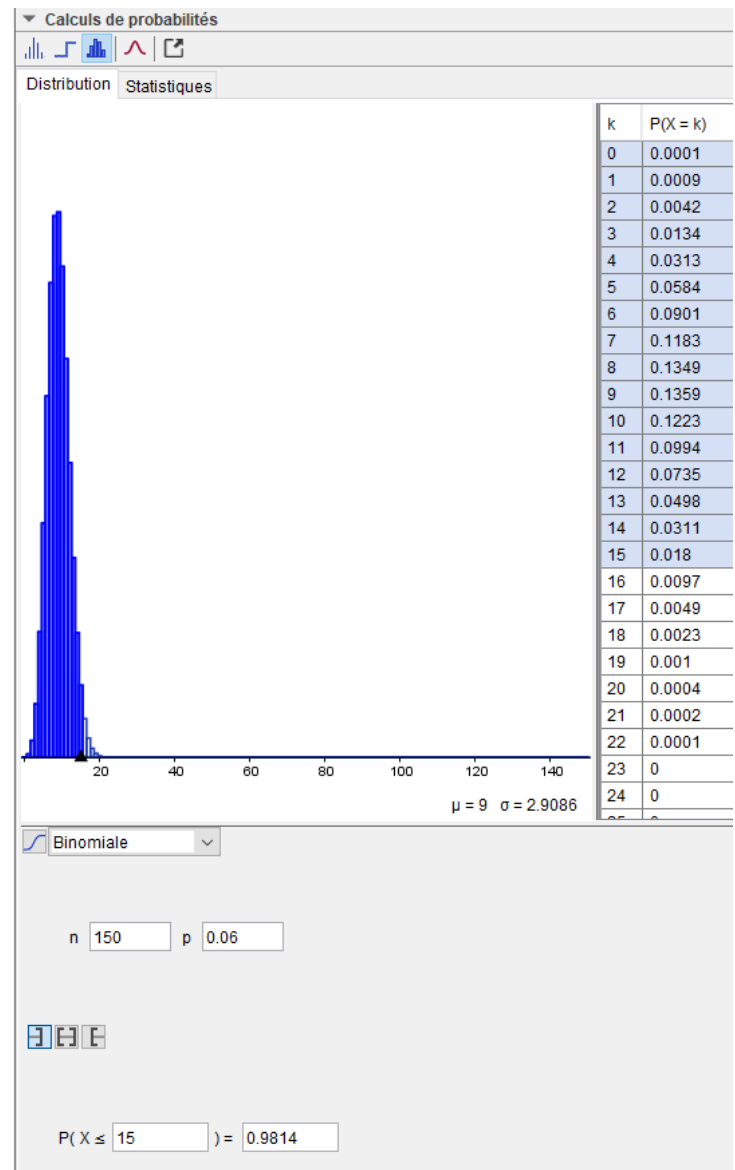
TIC : GEOGEBRA



$$P(X = 18) = 2,29939 E-3$$

$$P(X = 18) = 0,0023$$

$$\text{binomFdp}(150, 0.06, 18)$$



$$P(X \leq 15) = 981,424 E-3$$

$$P(X \leq 15) = 0,9814$$

$$\text{binomFRep}(150, 0.06, 15)$$

Attention à choisir **Fdp** car = 18 ou **Frep** car répartition de $-\infty$ à 15