

## CALCUL ET NUMÉRATION

Ce module vise à réactiver les savoirs calculatoires fondamentaux en Mathématiques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Fractions rationnelles.</b></p> <p>Numérateur, dénominateur d'une fraction. Signe, nullité d'une fraction.</p> <p>Opérations usuelles : somme, produit, quotient de deux fractions.</p> <p>Produit et quotient de deux puissances.</p>	<p>Reconnaître et changer le signe d'une fraction. Caractériser les fractions nulles. Réduire une fraction.</p> <p>Opérer sur des fractions.</p> <p>Simplifier une fraction dont numérateur et dénominateurs sont des décimaux écrits en notation scientifique.</p>	<p>On utilisera indifféremment les notations <math>\frac{a}{b}</math> ou <math>a/b</math>. L'entier <math>a</math> est identifié à la fraction <math>\frac{a}{1}</math>. Les fractions <math>\frac{a}{b}</math> et <math>\frac{ka}{kb}</math> (<math>k</math> non nul) sont égales. De façon générale, deux fractions <math>\frac{a}{b}</math> et <math>\frac{c}{d}</math> sont égales quand <math>ad = bc</math>.</p> <p>On soulignera les cas particuliers courants : somme de fractions de même dénominateur, produit et quotient d'une fraction par un entier, inverse d'une fraction.</p> <p>On généralisera cette section aux fractions de deux nombres réels (non nécessairement entiers), conduisant aux écritures fractionnaires</p>
<p><b>Proportion.</b></p> <p>Proportion d'une sous-population dans une population.</p> <p>Pourcentages « parallèles ».</p> <p>Pourcentages « successifs ».</p>	<p>Connaître et exploiter la relation entre effectifs et proportion. Associer proportion et pourcentage par une règle de trois.</p> <p>Donner sens à une somme ou une différence de deux pourcentages ramenés à une même population de référence.</p> <p>Traduire un pourcentage de pourcentage en une nouvelle</p>	<p>On distinguera la notation du pourcentage (%) de celle du pour mille (‰).</p> <p>Les démonstrations des résultats énoncés dans toute cette section sont menées en lien étroit avec la précédente.</p>

<p><b>Évolution.</b> Taux d'évolution. Variation absolue, variation relative.</p> <p>Évolutions successives. Évolution réciproque.</p> <p><b>Indice.</b> Indice simple en base 100.</p>	<p>proportion, puis un nouveau pourcentage.</p> <p>Distinguer si un pourcentage exprime une proportion ou une évolution. Calculer une évolution exprimée en pourcentage. Exprimer en pourcentage une évolution.</p> <p>Connaissant deux taux d'évolution successifs, déterminer le taux d'évolution global et le taux d'évolution moyen. Connaissant un taux d'évolution, déterminer le taux d'évolution réciproque.</p> <p>Passer de l'indice au taux d'évolution, et réciproquement.</p>	<p>Faire varier une grandeur de <math>x\%</math> revient à la multiplier par <math>\left(1 + \frac{x}{100}\right)</math>. Multiplier une grandeur par un coefficient <math>t</math> revient à lui appliquer une variation en pourcentage de <math>(t - 1) \times 100</math>.</p> <p>Deux hausses successives de 50% ne doublent pas un prix. Deux baisses successives de 50% n'offrent pas la gratuité. Une augmentation de 50% suivie d'une baisse de 50% n'est pas neutre.</p> <p>Le calcul d'un indice synthétique, comme par exemple l'indice des prix, n'est pas au programme.</p>
<p><b>Numération.</b> Les systèmes positionnels usuels.</p> <p>Les systèmes positionnels binaires et hexadécimaux.</p> <p>Le système additionnel décimal romain.</p>	<p>Acquérir des repères culturels, historiques et scientifiques. Comprendre l'intérêt des bases 2, 16, 10 et 60.</p> <p>Additionner en binaire sur des exemples simples (taille limitée à l'octet). Réaliser des conversions simples entre systèmes positionnels décimaux, binaires, hexadécimaux.</p> <p>Coder quelques nombres entiers n'excédant pas 4000.</p>	<p>Le système décimal est régulier à l'écrit, irrégulier à l'oral en français. On pourra rétablir quelques critères de divisibilité classiques (par 2, 3, 4, 5, 8,...).</p> <p>Le codage binaire d'un entier négatif ou d'un nombre réel sont hors programme. L'existence de codes binaires « non naturels » (BCD, Gray) peut être évoquée.</p> <p>Ce système ne permet pas de calculer facilement.</p>

# FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE

On se place dans le cadre des fonctions à valeurs réelles, définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de  $\mathbf{R}$ , qui servent à modéliser des phénomènes continus. Les étudiants doivent savoir traiter les situations issues des disciplines techniques et scientifiques qui se prêtent à une telle modélisation. Pour aider les étudiants à faire le lien avec ces autres disciplines, il est indispensable d'employer régulièrement des notations variées sur les fonctions et de diversifier les modes de présentation d'une fonction : fonction donnée par une courbe, par un tableau de valeurs ou définie par une formule et un ensemble de définition.

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis sur les fonctions en tenant compte, notamment sur les limites, des programmes de mathématiques suivis antérieurement par les étudiants ;
- apporter des compléments sur les fonctions d'une variable réelle, qui peuvent être utiles pour aborder de nouveaux concepts.

Tout particulièrement dans ce module, on utilise largement les moyens informatiques (calculatrice, ordinateur), qui permettent notamment de faciliter la compréhension d'un concept en l'illustrant graphiquement et numériquement, sans être limité par d'éventuelles difficultés techniques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Fonctions de référence</b></p> <p>Fonctions affines. Fonctions polynômes de degré 2. Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e. Fonction racine carrée. Fonctions sinus et cosinus.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter une fonction de référence et exploiter cette courbe pour retrouver des propriétés de la fonction.</li> </ul>	<p>En fonction des besoins, on met l'accent sur les fonctions de référence les plus utiles.</p> <p>En cas de besoin lié à la spécialité, on peut être amené à étudier l'une ou l'autre des fonctions suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– la fonction logarithme décimal ;</li> <li>– des cas particuliers de fonctions puissances <math>t \mapsto t^\alpha</math> avec <math>\alpha \in \mathbf{R}</math> ou exponentielles de base <math>a</math> avec <math>a \in ]0, +\infty[</math>.</li> </ul>
<p><b>Dérivation</b></p> <p>Dérivée des fonctions de référence.</p> <p>Dérivée d'une somme, d'un produit et d'un quotient.</p> <p>Dérivée de fonctions de la forme : <math>x \mapsto u^n(x)</math> avec <math>n</math> entier naturel non nul, <math>x \mapsto \ln(u(x))</math> et <math>x \mapsto e^{u(x)}</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer la dérivée d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> <li>• Étudier les variations d'une fonction simple.</li> </ul>	<p>On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines.</p> <p>Il s'agit de compléter et d'approfondir les connaissances antérieures sur la dérivation. En particulier, il est important de rappeler et de travailler l'interprétation graphique du nombre dérivé.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter le tableau de variation d'une fonction <math>f</math> pour obtenir : <ul style="list-style-type: none"> <li>– un éventuel extremum de <math>f</math> ;</li> <li>– le signe de <math>f</math> ;</li> <li>– le nombre de solutions d'une équation du type <math>f(x) = k</math> .</li> </ul> </li> <li>• Mettre en œuvre un procédé de recherche d'une valeur approchée d'une racine.</li> </ul>	<p>Les solutions d'une équation du type <math>f(x) = k</math> sont déterminées :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– explicitement dans les cas simples ;</li> <li>– de façon approchée sinon.</li> </ul> <p>On étudie alors, sur des exemples, des méthodes classiques d'obtention de ces solutions : balayage, dichotomie, méthode de Newton par exemple. C'est notamment l'occasion de développer au moins un algorithme et d'utiliser des logiciels.</p>
<p><b>Limites de fonctions</b></p> <p>Asymptotes parallèles aux axes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– limite finie d'une fonction à l'infini ;</li> <li>– limite infinie d'une fonction en un point.</li> </ul> <p>Limite infinie d'une fonction à l'infini. Cas d'une asymptote oblique.</p> <p>Limites et opérations.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter une représentation graphique en termes de limite.</li> <li>• Interpréter graphiquement une limite en termes d'asymptote.</li> <li>• Déterminer la limite d'une fonction simple.</li> <li>• Déterminer des limites pour des fonctions de la forme : <ul style="list-style-type: none"> <li><math>x \mapsto u^n(x)</math>, <math>n</math> entier naturel non nul ;</li> <li><math>x \mapsto \ln(u(x))</math> ;</li> <li><math>x \mapsto e^{u(x)}</math> .</li> </ul> </li> </ul>	<p>La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les limites acquises antérieurement ou non par les étudiants.</p> <p>Toute étude de branche infinie, notamment la mise en évidence d'asymptote, doit comporter des indications sur la méthode à suivre.</p> <p>On se limite aux fonctions déduites des fonctions de référence par addition, multiplication ou passage à l'inverse et on évite tout excès de technicité.</p>
<p><b>Approximation locale d'une fonction</b></p> <p>Développement limité en 0 d'une fonction.</p> <p>Développement limité en 0 et tangente à la courbe représentative d'une fonction.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer, à l'aide d'un logiciel, un développement limité en 0 et à un ordre donné d'une fonction.</li> <li>• Exploiter un développement limité pour donner l'équation réduite de la tangente et préciser sa position par rapport à la courbe représentative de la fonction.</li> </ul>	<p>On introduit graphiquement la notion de développement limité en 0 d'une fonction <math>f</math> en s'appuyant sur l'exemple de la fonction exponentielle sans soulever de difficulté théorique.</p> <p>L'utilisation et l'interprétation des développements limités trouvés doivent être privilégiées.</p>

<p><b>Courbes paramétrées</b></p> <p>Exemples de courbes paramétrées définies par des fonctions polynomiales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer un vecteur directeur de la tangente en un point où le vecteur dérivé n'est pas nul.</li> <li>• Tracer une courbe à partir des variations conjointes.</li> </ul>	<p>L'étude de ces quelques exemples a pour objectif de familiariser les étudiants avec le rôle du paramètre, la notion de courbe paramétrée et de variations conjointes.</p> <p>On se limite à quelques exemples où les fonctions polynômes sont de degré inférieur ou égal à deux.</p> <p>↔ Trajectoire d'un solide, design.</p>
---	---	---

# FONCTIONS D'UNE VARIABLE RÉELLE ET MODÉLISATION DU SIGNAL

Le module « fonction d'une variable réelle et traitement du signal » vient en complément du module « fonctions d'une variable réelle » dont les objectifs restent valables. Il convient donc d'articuler les contenus de ces deux modules.

Ce module est à traiter en relation étroite avec les situations rencontrées dans les enseignements technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Fonctions de référence</b></p> <p>Fonctions tangente et arctangente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter une fonction de référence.</li> </ul>	
<p><b>Compléments sur les fonctions</b></p> <p>Fonction paire, fonction impaire, fonction périodique : – définition ; – interprétation graphique.</p> <p>Calculs de dérivées : – dérivée de <math>x \mapsto \tan x</math> et <math>x \mapsto \arctan x</math> ; – dérivée de <math>t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)</math> et <math>t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)</math>, <math>\omega</math> et <math>\varphi</math> étant réels ; – dérivée d'une fonction de la forme <math>x \mapsto \arctan(u(x))</math>.</p> <p>Fonctions rationnelles : décomposition en éléments simples.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter la représentation graphique d'une fonction pour en déterminer des propriétés de périodicité et parité.</li> <li>• Représenter graphiquement une fonction simple ayant des propriétés de parité ou de périodicité.</li> <li>• Étudier les variations d'une fonction simple.</li> <li>• Déterminer la décomposition en éléments simples d'une fonction rationnelle : – à la main dans les cas simples ; – à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul>	<p>Le champ des fonctions étudiées se limite aux fonctions de la forme <math>x \mapsto f(ax + b)</math> et aux fonctions qui se déduisent de façon simple des fonctions de référence par opérations algébriques.</p> <p>On privilégie des exemples de fonctions issues de problématiques abordées dans les autres disciplines.</p> <p>On étudie les limites d'une fonction de la forme <math>x \mapsto \arctan(u(x))</math> sur des exemples.</p> <p>Aucun résultat théorique sur la décomposition en éléments simples n'est au programme : la forme de la décomposition doit être indiquée.</p> <p>On prépare ainsi la recherche d'originaux dans le cadre de la transformation de Laplace.</p>

<p><b>Approximation globale d'une fonction sur un intervalle</b></p> <p>Approche de la notion à partir d'exemples.</p>		<p>Sur des exemples variés et à l'aide d'outils informatiques, on aborde expérimentalement la notion d'approximation globale d'une fonction. On prépare ainsi la notion de développement en série d'une fonction. Avec la fonction exponentielle, on illustre la diversité des approximations possibles d'une même fonction.</p>
--	--	--

# CALCUL INTÉGRAL

Le programme se place dans le cadre de fonctions à valeurs réelles définies sur un intervalle ou une réunion d'intervalles de  $\mathbf{R}$ . La diversité des programmes du lycée doit particulièrement inciter à veiller aux connaissances sur les primitives et les intégrales acquises antérieurement ou non par les étudiants.

L'accent est mis sur la diversité des approches numérique, graphique et algorithmique, lesquelles contribuent à l'appropriation du concept d'intégrale.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Primitives</b></p> <p>Primitives de fonctions de référence, opérations algébriques.</p> <p>Complément : primitives de <math>t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)</math> et <math>t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)</math>, <math>\omega</math> et <math>\varphi</math> étant réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer des primitives d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li>   <li>• Déterminer les primitives d'une fonction de la forme <math>u'u^n</math> (<math>n</math> entier relatif, différent de <math>-1</math>), <math>\frac{u'}{u}</math> et <math>u'e^u</math>.</li> </ul>	<p>Pour les primitives de <math>\frac{u'}{u}</math>, on se limite au cas où <math>u</math> est strictement positive.</p>
<p><b>Intégration</b></p> <p>Calcul intégral :</p> $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ <p>où <math>F</math> est une primitive de <math>f</math>.</p> <p>Propriétés de l'intégrale : relation de Chasles, linéarité et positivité.</p> <p>Calcul d'aires.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer une intégrale : <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li>   <li>• Déterminer l'aire du domaine défini par : <math display="block">\{M(x, y), a \leq x \leq b \text{ et } f(x) \leq y \leq g(x)\}</math>           où <math>f</math> et <math>g</math> sont deux fonctions telles que pour tout réel <math>x</math> de <math>[a, b]</math>, <math>f(x) \leq g(x)</math>. </li> </ul>	<p>On étudie le cas où <math>f</math> (resp. <math>g</math>) est la fonction nulle.</p> <p>On familiarise les étudiants avec quelques exemples de mise en œuvre d'algorithmes liés à des méthodes élémentaires d'approximation d'une intégrale (point-milieu, trapèzes, Monte-Carlo).</p>

<p>Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle : définition, interprétation géométrique.</p> <p>Formule d'intégration par parties.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer et interpréter la valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.</li>   <li>• Calculer une intégrale par intégration par parties.</li> </ul>	<p>Cette notion est illustrée par des exemples issus des disciplines professionnelles.</p> <p>↔ Valeur moyenne, valeur efficace dans un transfert énergétique ; centre d'inertie, moment d'inertie.</p>
--	--	---

# ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

On s'attache à relier les exemples étudiés avec les enseignements scientifiques et technologiques, en montrant l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale.

L'utilisation des outils logiciels est sollicitée ; elle a pour finalités :

- de mettre en évidence, expérimentalement, la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes ;
- de dépasser la seule détermination des solutions d'une équation différentielle en donnant la possibilité de visualiser des familles de courbes représentatives de ces solutions ;
- de permettre, avec l'aide du calcul formel, de donner une expression des solutions dans certains cas complexes.

Si, dans ce module, on développe plus particulièrement deux types d'équations différentielles, on est également attentif à donner une vision plus large de ces notions en présentant des équations différentielles dont on ne peut donner qu'une solution approchée tout en faisant saisir des principes généraux comme la notion de famille de solutions.

On introduit les nombres complexes et les résolutions d'équations du second degré à coefficients réels pour disposer de l'équation caractéristique d'une équation différentielle linéaire du second ordre.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Équations linéaires du premier ordre</b></p> <p>Équation différentielle <math>ay'+by = c(t)</math> où <math>a, b</math> sont des constantes réelles et <math>c</math> une fonction continue à valeurs réelles.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle.</li> <li>• Résoudre une équation différentielle du premier ordre :               <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> <li>• Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée :               <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> </ul>	<p>En lien avec les autres disciplines, on habitue les étudiants à différentes écritures : variable, fonction, notation différentielle.</p> <p>On présente sur un exemple la résolution approchée d'une équation différentielle par la méthode d'Euler.</p> <p>Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données.</p> <p>En liaison avec les autres disciplines, on peut étudier des exemples simples de résolution d'équations différentielles non linéaires, du premier ordre à variables séparables, par exemple en mécanique ou en cinétique chimique, mais ce n'est pas un attendu du programme.</p> <p>↔ Loi de refroidissement, cinétique chimique.</p>

<p><b>Nombres complexes</b></p> <p>Forme algébrique d'un nombre complexe : somme, produit, conjugué.</p> <p>Équation du second degré à coefficients réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre une équation du second degré à coefficients réels.</li> </ul>	<p>On se limite à l'écriture algébrique des nombres complexes.</p>
<p><b>Équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants</b></p> <p>Équation différentielle <math>ay''+by'+cy = d(t)</math> où <math>a, b</math> et <math>c</math> sont des constantes réelles et <math>d</math> une fonction continue à valeurs réelles.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter à l'aide d'un logiciel la famille des courbes représentatives des solutions d'une équation différentielle.</li> <li>• Résoudre une équation différentielle du second ordre : <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> <li>• Déterminer la solution vérifiant des conditions initiales données : <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans les cas simples ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> </ul>	<p>La fonction <math>d</math> est une fonction polynôme ou du type :</p> <p><math>t \mapsto e^{\alpha t}</math> ;  <math>t \mapsto \cos(\omega t + \varphi)</math> ;  <math>t \mapsto \sin(\omega t + \varphi)</math> .</p> <p>Les indications permettant d'obtenir une solution particulière sont données.</p> <p>↔ Résistance des matériaux, circuit électronique.</p>

# SÉRIES DE FOURIER

Le but de ce module est d'étudier et exploiter la décomposition de signaux périodiques en séries de Fourier. Ce module est à mener en liaison étroite avec les enseignements des autres disciplines : les séries de Fourier sont un outil indispensable pour l'étude des phénomènes vibratoires en électricité, en optique et en mécanique.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Exemples de séries numériques</b></p> <p>Séries géométriques : convergence, somme.</p> <p>Séries de Riemann : convergence.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconnaître une série géométrique et connaître la condition de convergence.</li> <li>• Connaître la condition de convergence d'une série de Riemann.</li> </ul>	<p>L'étude de ces deux exemples a pour objectifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– de familiariser les étudiants avec les «sommes infinies» et la notation <math>\Sigma</math> ;</li> <li>– d'introduire la notion de convergence et de somme d'une série numérique.</li> </ul> <p>Toute théorie générale sur les séries numériques est exclue.</p> <p>L'outil informatique est utilisé pour conjecturer les résultats concernant les séries de Riemann. Ces résultats sont admis.</p>
<p><b>Séries de Fourier</b></p> <p>Série de Fourier associée à une fonction <math>T</math>-périodique continue par morceaux sur <math>\mathbb{R}</math> :</p> $a_0 + \sum_{n \geq 1} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)).$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter graphiquement une fonction <math>T</math>-périodique continue par morceaux sur <math>\mathbb{R}</math>.</li> <li>• Exploiter la représentation graphique d'une fonction <math>T</math>-périodique affine par morceaux pour en déterminer : <ul style="list-style-type: none"> <li>– la périodicité ;</li> <li>– la parité ;</li> <li>– une expression sur une période ou une demi-période.</li> </ul> </li> <li>• Calculer les coefficients de Fourier d'une fonction : <ul style="list-style-type: none"> <li>– à la main dans le cas d'un signal en créneau ;</li> <li>– à l'aide d'un logiciel de calcul formel dans tous les cas.</li> </ul> </li> </ul>	<p>En liaison avec les autres disciplines, on met en valeur le lien entre la notion de série de Fourier et l'étude des signaux : composantes d'un signal dans une fréquence donnée, reconstitution du signal à partir de ses composantes, spectre.</p> <p>On montre l'intérêt d'exploiter, dans le calcul intégral, les propriétés des fonctions périodiques, des fonctions paires et des fonctions impaires.</p> <p>En complément, on traite à la main un exemple de calculs de coefficients de Fourier d'une fonction associée à un signal rampe pour faire comprendre les résultats fournis par les logiciels dans d'autres</p>

<p>Cas d'une fonction paire, impaire.</p>		<p>disciplines. C'est l'occasion de réinvestir les techniques de calcul intégral.</p> <p>En liaison avec les méthodes vues dans les autres disciplines, on montre qu'il peut être utile de se ramener à des fonctions paires ou impaires.</p>
<p>Convergence d'une série de Fourier lorsque <math>f</math> est de classe <math>C^1</math> par morceaux sur <math>\mathbb{R}</math> (conditions de Dirichlet).</p> <p>Formule de Parseval</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter à l'aide d'un logiciel une somme partielle d'une série de Fourier et la comparer à la fonction associée au signal étudié.</li> <li>• Savoir identifier parmi plusieurs développements proposés celui correspondant à une fonction donnée.</li> <li>• Calculer et comparer : <ul style="list-style-type: none"> <li>– la valeur exacte de <math>\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt</math> ;</li> <li>– une valeur approchée de <math>\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt</math> à l'aide des coefficients de Fourier de <math>f</math>.</li> </ul> </li> </ul>	<p>L'utilisation de l'outil informatique permet de visualiser graphiquement la convergence de la série de Fourier.</p> <p>Aucune difficulté ne doit être soulevée sur la convergence des séries de Fourier. Dans les cas étudiés, les conditions de convergence sont toujours remplies.</p> <p>On met en relation la formule de Parseval et le calcul de la valeur efficace d'un signal.</p> <p>↔ Analyse harmonique d'un signal.</p>

# TRANSFORMATION DE LAPLACE

Dans ce module, on étudie et on exploite la transformation de Laplace en vue de déterminer les solutions causales d'une équation différentielle linéaire. Cette présentation est à mener en liaison étroite avec les enseignements des autres disciplines où la transformation de Laplace permet d'obtenir la réponse d'un système linéaire usuel à un signal d'entrée donné.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Transformation de Laplace</b></p> <p>Transformée de Laplace d'une fonction causale <math>f</math>.</p> <p>Transformée de Laplace des fonctions causales usuelles.</p> <p>Propriétés de la transformation de Laplace :                      – linéarité ;                      – effet d'une translation ou d'un changement d'échelle sur la variable ;                      – effet de la multiplication par <math>e^{-at}</math>.</p> <p>Théorème de la valeur initiale et théorème de la valeur finale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter graphiquement une fonction causale donnée par une expression.</li> <li>• Déterminer une expression d'une fonction causale dont la représentation graphique est de type « créneau » ou « rampe ».</li> <li>• Déterminer la transformée de Laplace d'une fonction causale simple, dont les fonctions de type « créneau » et « rampe ».</li> <li>• Déterminer la fonction causale (original) dont la transformée de Laplace est donnée.</li> </ul>	<p>La théorie générale des intégrales impropres est hors programme.</p> <p>On se limite aux fonctions usuelles suivantes :  <math>t \mapsto U(t)</math> ;  <math>t \mapsto t^n U(t)</math> ;  <math>t \mapsto e^{at} U(t)</math> ;  <math>t \mapsto \sin(\omega t) U(t)</math> et <math>t \mapsto \cos(\omega t) U(t)</math>                      avec <math>U</math> la fonction unité, <math>n</math> un entier naturel, <math>a</math> et <math>\omega</math> deux réels.</p> <p>On se limite au cas où les fonctions données ou recherchées sont :                      – soit des combinaisons linéaires à coefficients réels de fonctions de la forme  <math>t \mapsto U(t - \alpha)</math> et <math>t \mapsto t U(t - \alpha)</math> ;                      – soit de la forme <math>t \mapsto U(t - \alpha) e^{rt}</math> ;                      où <math>\alpha</math> est un nombre réel positif et <math>r</math> un réel.                      Dans les autres cas, le calcul est facilité par l'utilisation d'un logiciel.</p> <p>L'exploitation de situations issues des autres disciplines permet d'illustrer la pertinence de ce théorème.</p>

<p>Transformée de Laplace d'une dérivée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exploiter la transformation de Laplace pour résoudre une équation différentielle linéaire d'ordre 1 ou 2 à coefficients constants.</li> </ul>	<p>Pour le second membre, on se limite au cas où les fonctions données ou recherchées sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– soit des combinaisons linéaires à coefficients réels de fonctions de la forme  <math>t \mapsto U(t - \alpha)</math> et <math>t \mapsto tU(t - \alpha)</math> ;</li> <li>– soit de la forme <math>t \mapsto U(t - \alpha)e^{rt}</math> ;</li> </ul> <p>où <math>\alpha</math> est un nombre réel positif et <math>r</math> un réel.</p> <p>↔ Fonction de transfert d'un système linéaire. Application à la stabilité.</p>
<p>Transformée de Laplace d'une primitive.</p>		<p>En liaison avec les enseignements d'autres disciplines, on étudie un exemple d'équation différentielle de la forme</p> $a y'(t) + b y(t) + c \int_0^t y(s) ds = f(t)$ <p>où <math>a, b, c</math> sont des constantes réelles et <math>f</math> une fonction causale.</p>

# PROBABILITÉS 1

On réinvestit et on approfondit le travail sur les probabilités mené au lycée, en s'adaptant au parcours antérieur des étudiants. L'objectif est que les étudiants sachent traiter quelques problèmes simples mettant en œuvre des probabilités conditionnelles ou des variables aléatoires dont la loi figure au programme. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, que l'on peut étudier en liaison avec d'autres enseignements.

L'apprentissage doit largement faire appel à l'outil informatique, aussi bien pour la compréhension et l'acquisition de concepts par l'expérimentation réalisée à l'aide de simulations, que pour les calculs de probabilités.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Conditionnement et indépendance</b> Conditionnement par un événement de probabilité non nulle. Notation <math>P_A(B)</math>.</p> <p>Indépendance de deux événements.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construire un arbre et/ou un tableau des probabilités en lien avec une situation donnée.</li> <li>• Exploiter l'arbre et/ou le tableau des probabilités pour déterminer des probabilités.</li> <li>• Calculer la probabilité d'un événement connaissant ses probabilités conditionnelles relatives à une partition de l'univers.</li> <li>• Utiliser ou justifier l'indépendance de deux événements.</li> </ul>	<p>On représente une situation à l'aide d'un arbre pondéré ou d'un tableau de probabilités.</p> <p>Un arbre de probabilités correctement construit constitue une preuve.</p> <p>La formule des probabilités totales n'est pas un attendu mais sa mise en œuvre doit être maîtrisée.</p> <p>↔ Contrôle qualité, fausses alertes, tests biologiques.</p>
<p><b>Exemple de loi discrète</b> Variable aléatoire associée au nombre de succès dans un schéma de Bernoulli. Loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Simuler un schéma de Bernoulli.</li> <li>• Reconnaître et justifier qu'une situation relève de la loi binomiale.</li> <li>• Représenter graphiquement la loi binomiale à l'aide d'un logiciel.</li> <li>• Calculer une probabilité dans le cadre de la loi binomiale à l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel.</li> </ul>	<p>Aucun développement théorique n'est attendu à propos de la notion de variable aléatoire.</p> <p>On utilise une calculatrice ou un logiciel pour calculer directement des probabilités et représenter graphiquement la loi binomiale. La connaissance d'une expression explicite de la loi binomiale n'est pas attendue.</p>

<p>Espérance, variance et écart type de la loi binomiale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi binomiale dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.</li> </ul>	<p>Les formules donnant l'espérance et l'écart type de la loi binomiale sont admises. On conforte expérimentalement ces formules à l'aide de simulations de la loi binomiale.</p>
<p><b>Exemples de lois à densité</b></p> <p>Loi uniforme sur <math>[a, b]</math>.</p> <p>Espérance, variance et écart type de la loi uniforme.</p> <p>Loi normale d'espérance <math>\mu</math> et d'écart type <math>\sigma</math>.</p> <p>Approximation d'une loi binomiale par une loi normale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concevoir et exploiter une simulation dans le cadre d'une loi uniforme.</li> <li>• Interpréter l'espérance et l'écart type d'une loi uniforme dans le cadre d'un grand nombre de répétitions.</li> <li>• Utiliser une calculatrice ou un tableur pour calculer une probabilité dans le cadre de la loi normale.</li> <li>• Connaître et interpréter graphiquement une valeur approchée de la probabilité des événements suivants :  <math>\{X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]\}</math>,  <math>\{X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]\}</math> et  <math>\{X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]\}</math>,  lorsque <math>X</math> suit la loi normale d'espérance <math>\mu</math> et d'écart type <math>\sigma</math>.</li> <li>• Déterminer les paramètres de la loi normale approximant une loi binomiale donnée.</li> </ul>	<p>Toute théorie générale des lois à densité est exclue. Pour les lois étudiées, on représente et on exploite la fonction de densité et la fonction de répartition. La définition de l'espérance et de la variance constituent un prolongement dans le cadre continu de celles d'une variable aléatoire discrète.</p> <p>Toute théorie sur les intégrales impropres est exclue. La loi normale est introduite à partir de l'observation, à l'aide d'un logiciel, du cumul des valeurs obtenues lors de la répétition à l'identique d'une expérience aléatoire dont le résultat suit une loi uniforme. L'utilisation d'une table de la loi normale centrée réduite n'est pas une nécessité.</p> <p>On s'appuie sur des exemples issus des autres disciplines. On peut simuler la loi normale à partir de la loi uniforme sur <math>[0, 1]</math>.</p> <p>↔ Maîtrise statistique des processus.</p> <p>Toute théorie est exclue. On illustre cette approximation à l'aide de l'outil informatique. Les conditions d'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ne sont pas exigibles. Il convient de mettre en évidence la raison d'être de la correction de continuité lors de l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale ; toutes les indications sont fournies.</p>

<p>Espérance et variance des lois de <math>aX + b</math>, <math>X + Y</math>, <math>X - Y</math> dans le cas où <math>X</math> et <math>Y</math> sont des variables aléatoires indépendantes.</p> <p>Théorème de la limite centrée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Savoir déterminer les paramètres des lois de <math>aX + b</math>, <math>X + Y</math> et <math>X - Y</math> dans le cas où <math>X</math> et <math>Y</math> sont des variables aléatoires indépendantes.</li> <li>• Savoir déterminer les paramètres de la loi normale correspondant à une moyenne dans le cadre du théorème de la limite centrée.</li> </ul>	<p>Toute théorie concernant la notion de variables aléatoires indépendantes est exclue. Les résultats sont conjecturés à l'aide de simulations, puis admis.</p> <p>Le théorème, admis, s'énonce en termes d'approximation par une loi normale de la somme de <math>n</math> variables indépendantes de même loi. L'outil informatique permet une approche expérimentale.</p>
---	---	--

# CALCUL VECTORIEL

Le but de ce module est double :

- consolider les acquis de calcul vectoriel des années précédentes en tenant compte des connaissances acquises antérieurement ou non par les étudiants ;
- apporter des compléments de calcul vectoriel, qui peuvent être utiles pour étudier des situations rencontrées dans les autres enseignements.

On prend appui sur les enseignements scientifiques et technologiques qui fournissent un large éventail de problèmes. On utilise les possibilités offertes par les logiciels de géométrie dynamique. Il est également pertinent de connaître les logiciels qui sont utilisés par les disciplines technologiques et l'exploitation qui peut en être faite en lien avec le cours de mathématiques.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<b>Décomposition d'un vecteur dans une base du plan ou de l'espace</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Décomposer un vecteur dans une base et exploiter une telle décomposition.</li> </ul>	<p>On ne se limite pas au cadre de la géométrie repérée.</p> <p>⇔ Vecteur vitesse, force.</p>
<p><b>Barycentre</b></p> <p>Barycentre de deux points pondérés du plan ou de l'espace. Coordonnées dans un repère.</p> <p>Extension de la notion de barycentre à trois points pondérés.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construire le barycentre de deux points pondérés.</li> <li>• Utiliser, sur des exemples simples liés aux enseignements technologiques, la notion de barycentre partiel.</li> </ul>	<p>On peut introduire la notion de barycentre en la reliant à l'équilibrage de masses ou à la moyenne pondérée.</p> <p>Selon les besoins, on étudie des réductions d'une somme de la forme <math>\alpha\vec{MA} + \beta\vec{MB}</math> avec <math>\alpha + \beta \neq 0</math>.</p> <p>On fait remarquer que le barycentre de deux points distincts appartient à la droite définie par ces deux points.</p> <p>Sur des exemples issus des enseignements technologiques, on met en place le théorème du barycentre partiel.</p> <p>⇔ Centre d'inertie d'un assemblage de solides.</p>
<p><b>Produit scalaire</b></p> <p>Expressions du produit scalaire :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– à l'aide d'une projection orthogonale ;</li> <li>– à l'aide des normes et d'un angle ;</li> <li>– à l'aide des coordonnées.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir l'expression du produit scalaire la plus adaptée en vue de la résolution d'un problème.</li> <li>• Calculer un angle ou une longueur à l'aide d'un produit scalaire.</li> </ul>	<p>On exploite des situations issues des domaines scientifiques et technologiques.</p> <p>On illustre en situation quelques propriétés du produit scalaire.</p> <p>⇔ Travail, puissance d'une force.</p>

<p><b>Produit vectoriel</b></p> <p>Orientation de l'espace.</p> <p>Produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– définition ;</li> <li>– calcul des coordonnées dans une base orthonormale directe ;</li> <li>– application à l'aire d'un triangle et d'un parallélogramme.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer une aire à l'aide d'un produit vectoriel.</li> </ul>	<p>La découverte du produit vectoriel, de ses propriétés et de ses applications est à mener en liaison étroite avec les autres enseignements.</p> <p>Les notions de vecteur glissant, de torseur et le produit mixte sont hors programme.</p> <p>↔ Moment d'une force.</p>
--	--	--

# NOMBRES COMPLEXES

Les premiers éléments de l'étude des nombres complexes ont été mis en place dans les classes de lycée. Les objectifs sont de mettre en œuvre et de compléter ces acquis, d'une part pour fournir des outils qui sont utilisés en électricité, en mécanique et en automatique, d'autre part pour mettre en évidence les interprétations géométriques et les interventions des nombres complexes en analyse : représentations géométriques associées, résolutions d'équations différentielles.

Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas.

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Forme algébrique et représentation géométrique</b></p> <p>Nombres <math>a + ib</math> avec <math>i^2 = -1</math>. Égalité, conjugué, somme, produit, quotient.</p> <p>Équations du second degré à coefficients réels.</p> <p>Représentation géométrique.</p> <p>Ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes, notamment à l'aide d'une calculatrice.</li> <li>• Résoudre une équation du second degré à coefficients réels.</li> <li>• Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur.</li> <li>• Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe a une partie réelle ou imaginaire donnée.</li> </ul>	<p>Il s'agit de réactiver les connaissances déjà traitées au lycée.</p> <p>Dans les situations issues des enseignements technologiques, on emploie la notation <math>a + jb</math>.</p>
<p><b>Forme trigonométrique, forme exponentielle</b></p> <p>Module d'un nombre complexe, arguments d'un nombre complexe non nul.</p> <p>Forme exponentielle et forme trigonométrique d'un nombre complexe.</p> <p>Ensemble de points dont l'affixe <math>z</math> vérifie <math> z - a  = k</math> ou <math>\arg(z - a) = k</math>, où <math>a</math> désigne un nombre complexe et <math>k</math> un nombre réel.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Passer de la forme trigonométrique à la forme algébrique et inversement.</li> <li>• Utiliser la forme la plus adaptée à la résolution d'un problème.</li> <li>• Déterminer et construire un ensemble de points dont l'affixe <math>z</math> vérifie <math> z - a  = k</math> ou <math>\arg(z - a) = k</math>.</li> </ul>	<p>Il est attendu qu'un étudiant sache effectuer un calcul simple à la main et à la calculatrice dans tous les cas.</p> <p>On favorise l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique.</p>

<b>Transformations</b>		
<p>Exemples de transformations géométriques d'écritures complexes suivantes :</p> <p><math>z \mapsto z + b</math>, <math>z \mapsto az</math>,</p> <p><math>z \mapsto \bar{z}</math> et <math>z \mapsto \frac{1}{z}</math>, où <math>a</math> et <math>b</math> sont des nombres réels.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, l'image d'un point ou d'une partie de droite par une transformation géométrique d'écriture complexe <math>z \mapsto az + b</math> ou à <math>z \mapsto \frac{az + b}{cz + d}</math>.</li> </ul>	<p>L'intention n'est pas de développer une dextérité sur ce sujet mais, à l'aide de la notion mathématique introduite, de donner du sens aux résultats obtenus par le logiciel.</p> <p>↔ Diagrammes de Nyquist ou Bode en électronique.</p>

## ÉLÉMENTS D'ALGORITHMIQUE ET DE PROGRAMMATION

CONTENUS	CAPACITÉS ATTENDUES	COMMENTAIRES
<p><b>Algorithmique</b></p> <p>Variables, types : scalaires, chaînes de caractères, tableaux ou listes</p> <p>Expressions arithmétiques</p> <p>Instructions : affectation, instructions conditionnelles, boucles bornées, boucles non bornées</p> <p>Fonctions : arguments, valeurs renvoyées.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Choisir ou déterminer le type d'une variable.</li> <li>• Comprendre la chronologie des états mémoires durant l'exécution d'un algorithme.</li> </ul>	<p>Cette partie d'algorithmique ne se conçoit pas séparément de la partie programmation qui permet de mettre en œuvre et de donner du sens aux notions qui la composent.</p> <p>La récursivité n'est pas exigible.</p>
<p><b>Programmation</b></p> <p>Utilisation d'un environnement de programmation</p> <p>Utilisation de bibliothèques</p> <p>Spécification et documentation d'un programme</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Concevoir et écrire des séquences d'instructions.</li> <li>• Programmer une instruction conditionnelle, une boucle bornée, une boucle non bornée.</li> <li>• Programmer des fonctions simples.</li> <li>• Avoir rencontré et manipulé quelques bibliothèques, dont au moins une permettant de produire des graphiques.</li> <li>• Développer des habitudes de rigueur et une pratique systématique de vérification et de contrôle.</li> </ul>	<p>On attend des étudiantes et des étudiants une capacité à concevoir des programmes simples et à comprendre ou modifier des programmes plus complexes.</p> <p>L'utilisation de bibliothèques est en particulier l'occasion de développer le calcul numérique et d'étudier des problèmes en relation avec les objets d'étude de la STS.</p>
<p><b>Bases de données</b></p> <p>Principes d'un système de gestion de base de données</p> <p>Organisation en tables, notion de clés primaires et étrangères</p> <p>Utilisation d'un utilitaire de gestion de base de données</p> <p>Requêtes SQL: SELECT FROM, WHERE, ORDER BY, jointures symétriques</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser et manipuler une base de données dans un contexte lié à la spécialité de la STS.</li> <li>• Importer un fichier tableur pour créer une table d'une base de données.</li> <li>• Produire des requêtes à l'aide des opérateurs booléens.</li> </ul>	<p>Le symbolisme et le formalisme de l'algèbre relationnelle sont hors programme.</p> <p>On travaillera dans des bases existantes, les instructions de création de base de données n'étant pas au programme.</p>