

BACCALAUREAT PROFESSIONNEL

**MAINTENANCE DES EQUIPEMENTS  
INDUSTRIELS**

**- Session 2010 -**

\* \* \*

**Epreuve E 1  
Scientifique et Technique**

**Sous- Epreuve E12 – unité U 12 –  
Mathématiques et sciences physiques**

**Coefficient : 3**

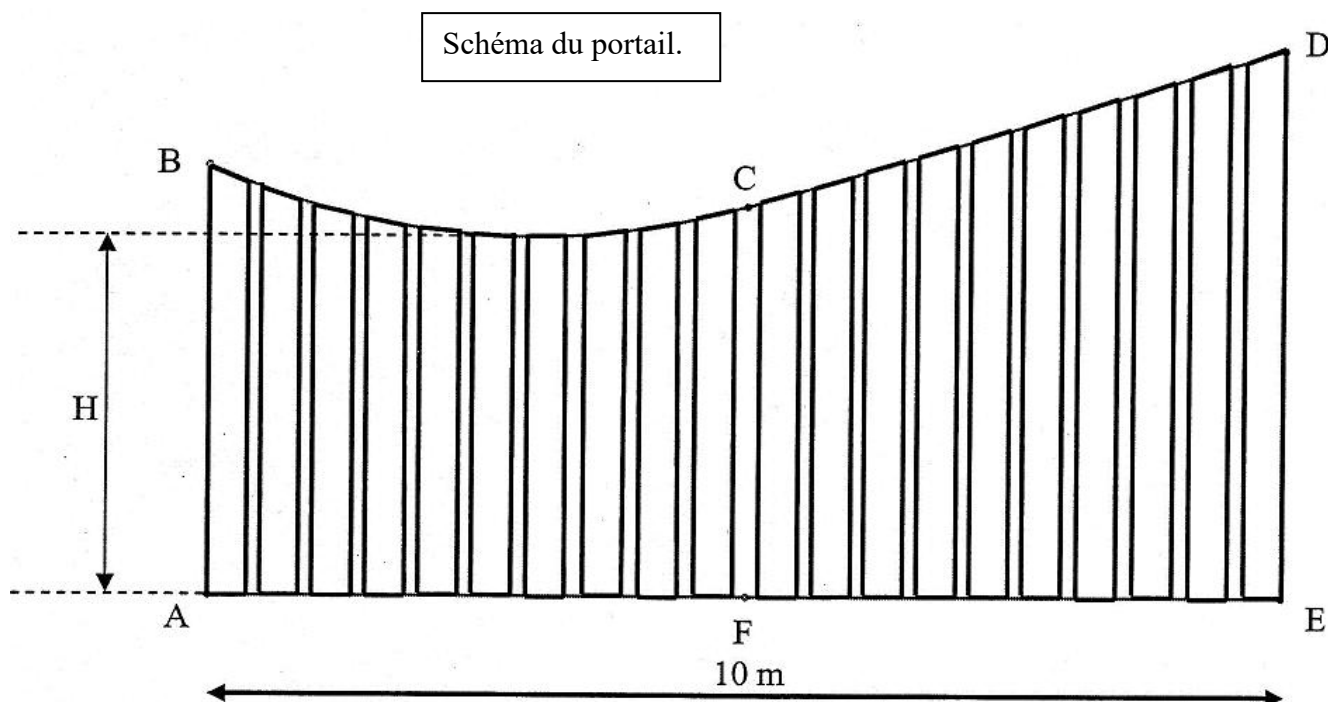
**Durée : 2 heures**

**Remarque :**

- ❖ *La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction seront pris en compte à la correction.*
- ❖ *L'usage des calculatrices électroniques est autorisé.*
- ❖ *L'usage du formulaire officiel de mathématiques est autorisé.*

**MATHEMATIQUES : (15 points)**

Un portail industriel, constitué de lames, est représenté sur le schéma ci dessous :



Sur le schéma, les proportions ne sont pas respectées. On note  $H$  la hauteur minimale du portail. L'étude se compose de 3 parties :

Exercice 1 : Tracé du profil du portail.

Exercice 2 : calcul de l'aire des lames du portail.

Exercice 3 : Etude de la largeur des lames.

**EXERCICE 1 : 9 POINTS Tracé du profil du portail.**

Sur l'**annexe 1 (à rendre avec la copie)**, on va tracer le profil du portail dans le repère  $(Ox, Oy)$  d'unité graphique 2 cm pour 1 m.

Les points B et C ont été placés dans le repère.

**1 – Etude de l'arc  $\widehat{BC}$** 

Dans le repère, l'arc  $\widehat{BC}$  est une partie de la courbe représentative de la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[-5 ; 0]$  par  $f(x) = 0,04x^2 + 0,16x + 2$ .

- 1.1. – Soit  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Calculer  $f'(x)$
- 1.2. – Vérifier que  $f'(x) = 0$
- 1.3. – Que peut-on en déduire pour la courbe, au point d'abscisse  $-2$  ?
- 1.4. – Sur l'**annexe 2 (à rendre avec la copie)**, compléter le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- 1.5. – Sur l'**annexe 2 (à rendre avec la copie)**, compléter le tableau de valeurs de la fonction  $f$ .
- 1.6. – Dans le repère de l'**annexe 1 (à rendre avec la copie)**, tracer la courbe représentative de la fonction  $f$ .
- 1.7. – Déduire, de l'étude précédente, la hauteur minimale du portail, notée  $H$ .

**2 – Étude de la partie [CD]**

On note  $d$  la droite qui a pour coefficient directeur 0,16 et qui passe par le point C de coordonnées (0 ; 2).

- 2.1 – Justifier que  $d$  est tangente à l'arc  $\widehat{BC}$  au point C.
- 2.2 – Déterminer une équation de la droite  $d$  dans le repère  $(Ox ; Oy)$ .
- 2.3 – Justifier que le point D de coordonnées (5 ; 2,8) appartient à la droite  $d$ .
- 2.4 – Placer, dans le repère de l'annexe 1 (*à rendre avec la copie*), le point D.
- 2.5 – Tracer, dans le repère de l'annexe 1 (*à rendre avec la copie*), le segment de droite [CD].

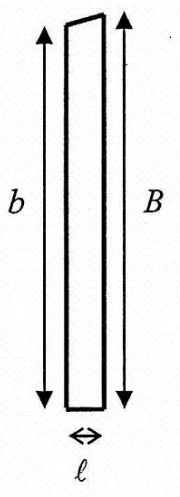
**EXERCICE 2 : 3 POINTS Calcul de l'aire des lames du portail.**

Le portail est constitué de lames en aluminium en forme de trapèze rectangle.

Étude de l'aire des lames de la partie CDEF du portail (voir schéma page 2/8).

**1 – Calcul de l'aire de la première lame.**

La première lame est représentée ci-dessous :



Où  $b = 2,0032$  ;  
 $B = 2,0272$  ;  
 $l = 0,15$   
 Les côtes sont données en mètres.

Calculer, en  $m^2$ , l'aire  $A_1$  de la première lame.

**2 – Calcul de l'aire totale des 30 lames.**

La parité CDEF du portail est constituée de 30 lames.

On souhaite connaître l'aire de la surface totale d'aluminium nécessaire à la fabrication des 30 lames.

On note  $A_n$  l'aire la  $n$ -ième lame, exprimée en  $m^2$ .

Les aires successives des lames, exprimée en  $m^2$ .

Les aires successives des lames, exprimée en  $m^2$ , forment une suite arithmétique de premier terme  $A_1 = 0,30228$  et de raison  $r = 0,003984$ .

- 2.1. – A l'aide du formulaire, calculer  $A_{30}$ .
- 2.2. – Calculer  $S_{30}$ , la somme des 30 premiers termes de la suite  $A_n$ . Arrondir le résultat au dixième.
- 2.3. – On dispose d'une plaque d'aluminium rectangulaire de 5m sur 2m.  
 Peut-on réaliser les 30 lames avec cette plaque ? Justifier la réponse.

**EXERCICE 3 : 3 POINTS Etude de la largeur des lames.**

Dans une entreprise spécialisée dans la fabrication des lames en aluminium, on a relevé la largeur de 100 lames.

Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Largeur de lame (en cm)	Nombre de lames
14,96	1
14,97	4
14,98	8
14,99	15
15	45
15,01	12
15,02	8
15,03	6
15,04	1
Total	100

**1 – Calcul de la moyenne et de l'écart type**

1.1. – Calculer  $\bar{l}$ , la largeur moyenne des lames.

On pourra utiliser au choix, soit le tableau de **l'annexe 2**, soit le mode statistique de la calculatrice.

1.2. – Calculer  $\sigma$ , l'écart type de cette série statistique. Arrondir le résultat à  $10^{-4}$ .

**2 – Evaluation de la quantité de la fabrication des lames**

Pour la suite de l'exercice, on prend  $\bar{l} = 15$  et  $\sigma = 0,015$

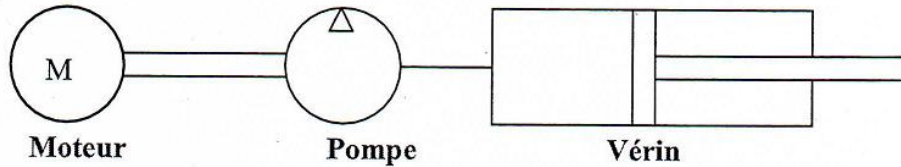
La fabrication des lames est jugée conforme si au moins 95% des lames ont une largeur incluse dans l'intervalle  $[\bar{l} - 2\sigma ; \bar{l} + 2\sigma]$ .

2.1. – Calculer  $\bar{l} - 2\sigma$  et  $\bar{l} + 2\sigma$ .

2.2. – La fabrication des lames est elle conforme ? Justifier la réponse.

**SCIENCES-PHYSIQUES : (5 points)****Etude du système hydraulique d'un automate de portail.**

L'automatisme électromécanique d'un portail battant est composé d'un ensemble moteur-pompe-vérin schématisé ci-dessous.



Les pertes entre les systèmes, moteur-pompe et pompe-vérin, sont négligeables.

Le vérin actionne l'ouverture du portail. Pour une sortie de tige maximale (appelée course utile, le portail est totalement ouvert.

1 – La plaque signalétique du moteur porte les indication suivantes :

Alimentation monophasée 230V, 50Hz  
 Puissance utile 220W  
 $\eta = 0,9$   
 $\cos\varphi = 0,86$

A l'aide des indication ci-dessus, préciser la puissance absorbée par la pompe.

2 – La documentions technique de l'automatisme fournit les informations suivantes :

Couse utile de la tige : 280 mm  
 Vitesse de la tige : 14 m/s  
 Diamètre de la tige : 70 mm  
 Diamètre du piston : 100 mm  
 Pression hydraulique : 17 bar.

- 2.1. – La plaque signalétique ci-dessus caractérise l'un des éléments de l'ensemble moteur-pompe-vérin. Indiquer cet élément.
- 2.2. – Calculer, en s, le temps mis par le portail pour s'ouvrir totalement.
- 2.3. – Sachant que la section du piston est de  $0,00785 \text{ m}^2$ , calculer,  $\text{m}^3/\text{s}$ , le débit volumique du fluide pendant la sortie de la tige. Arrondir le résultat à  $10^{-5}$ .
- 2.4. – Montrer que la puissance hydraulique du vérin est de 187W.

3 – Calculer le rendement de la pompe pour que le système moteur-pompe soit compatible avec le vérin utilisé.

**On donne**

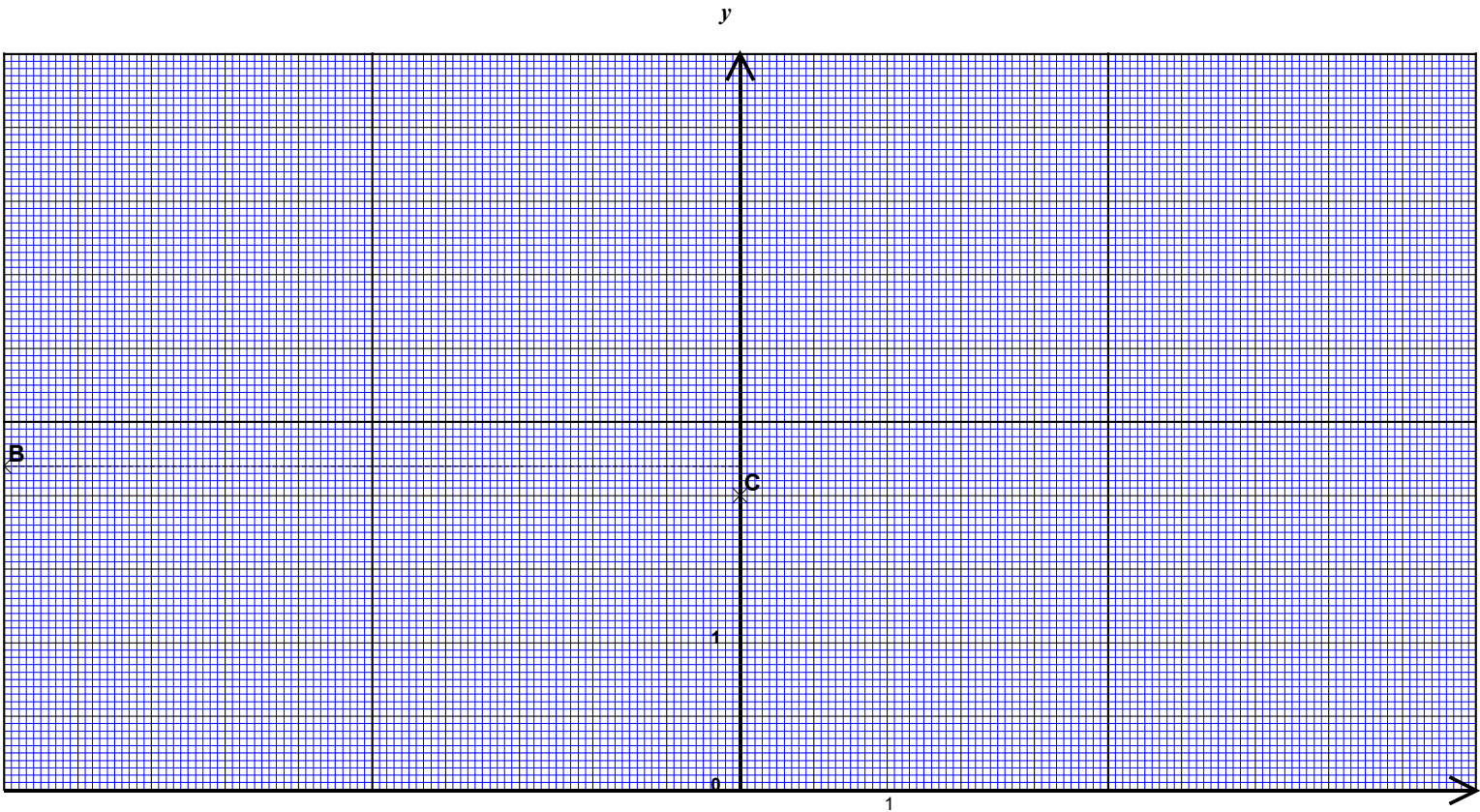
$$\text{Débit } Q = \frac{V}{t} \quad Q = S \times v \quad \text{Vitesse moyenne : } v = \frac{l}{t}$$

$$\text{Puissance } P = p \times Q \quad \text{Pression : } p = \frac{F}{S}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ pascals.}$$

ANNEXE 1 (À rendre avec la copie)

MATHEMATIQUES



## ANNEXE 2 (À rendre avec la copie)

### Exercice 1

#### Tableau de variation de la fonction $f$

$x$	-5	0
Signe de $f'(x)$		
Variation de $f$		

#### Tableau de valeurs de $f$

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0
$f(x)$		2	1,88		1,88	2

### Exercice 2

#### Tableau statistique

Largeur des lames $x_i$ (cm)	Nombre de lames $n_i$	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
14,96	1	14,96	223,8016
14,97	4	59,88	
14,98	8		1 795,2032
14,99	15	224,85	
15	45		10125
15,01	12	180,12	2 703,6012
15,02	8	120,16	1 804,8032
15,03	6	90,18	1 355,4054
15,04	1		
Total	100		

**FORMULAIRE BACCALAUREAT PROFESSIONNEL**  
**Artisanat, Bâtiment, Maintenance – Productique**

**Fonction  $f$** 

$$\begin{aligned} f(x) \\ ax + b \\ x^2 \\ x^3 \\ \frac{1}{x} \\ u(x) + v(x) \\ a u(x) \end{aligned}$$

**Dérivée  $f'$** 

$$\begin{aligned} f'(x) \\ a \\ 2x \\ 3x^2 \\ -\frac{1}{x^2} \\ u'(x) + v'(x) \\ a u'(x) \end{aligned}$$

**Statistiques**

$$\text{Effectif total } N = \sum_{i=1}^p n_i$$

$$\text{Moyenne } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$$

$$\text{Variance } V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$\text{Ecart type } \sigma = \sqrt{V}$$

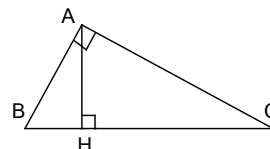
**Relations métriques dans le triangle rectangle**

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

**Résolution de triangle**

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

$R$  : rayon du cercle circonscrit

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

**Aires dans le plan**

$$\text{Triangle : } \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\text{Trapèze : } \frac{1}{2} (B + b) h$$

$$\text{Disque : } \pi R^2$$

**Aires et volumes dans l'espace**

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $Bh$

Sphère de rayon  $R$  :

$$\text{Aire : } 4\pi R^2 \quad \text{Volume : } \frac{4}{3} \pi R^3$$

Cône de révolution ou pyramide de base  $B$  et de hauteur  $h$  : Volume  $\frac{1}{3} B h$

**Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace**

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Si  $\vec{v} \neq \vec{0}$  et  $\vec{v}' \neq \vec{0}$  :

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0 \text{ si et seulement si } \vec{v} \perp \vec{v}'$$

$$\left| \begin{aligned} \vec{v} \cdot \vec{v}' &= xx' + yy' + zz' \\ \|\vec{v}\| &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned} \right.$$

**Logarithme népérien :  $\ln$** 

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

**Equation du second degré**  $ax^2 + bx + c = 0$ 

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- Si  $\Delta > 0$ , deux solutions réelles :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- Si  $\Delta = 0$ , une solution réelle double :

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- Si  $\Delta < 0$ , aucune solution réelle

- Si  $\Delta \geq 0$ ,  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

**Suites arithmétiques**

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $r$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 + (n - 1)r$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$$

**Suites géométriques**

Terme de rang 1 :  $u_1$  et raison  $q$

Terme de rang  $n$  :  $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des  $k$  premiers termes :

$$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$$

**Trigonométrie**

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$