FORMULAIRE DERIVEES et PRIMITIVES USUELLES - INTEGRATION

Niveaux : BAC - BTS

Dans tout le formulaire, les quantitées situées au dénominateur sont supposées non nulles

Dérivées des fonctions usuelles

Dans chaque ligne, f' est la dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.

$f(x)$	I	$f'(x)$
λ (constante)	$\mathbb{R}$	0
x	$\mathbb{R}$	1
x^n $(n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 2$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln x$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{x}$
e^x	$\mathbb{R}$	e^x
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$\cos x$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$-\sin x$
$\tan x$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$	$1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

Opérations et dérivées

$(f+g)' = f' + g'$

$(\lambda f)' = \lambda f'$, λ désignant une constante

$(fg)' = f'g + fg'$

$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$

$\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

$\boxed{(f \circ g)' = g' \times (f' \circ g)}$

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$ $(n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 2)$

$\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{nu'}{u^{n+1}}$ $(n \in N,\ n \geqslant 1)$

$(e^u)' = u'e^u$

$(\ln|u|)' = \frac{u'}{u}$

En particulier,si $u > 0$: $\forall a \in \mathbb{R}$, $\boxed{(u^a)' = \alpha u' u^{a-1}}$

Primitives des fonctions usuelles

Dans chaque ligne, F est **une** primitive de f sur l'intervalle I. Ces primitives sont **uniques à une constante près** notée C.

$f(x)$	I	$F(x)$
λ (constante)	$\mathbb{R}$	$\lambda x + C$
x	$\mathbb{R}$	$\frac{x^2}{2} + C$
x^n $(n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$\ln\|x\| + C$
$\frac{1}{x^n}$ où $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 2$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$	$2\sqrt{x} + C$
$\ln x$	$\mathbb{R}_+^*$	$x\ln x - x + C$
e^x	$\mathbb{R}$	$e^x + C$
$\sin x$	$\mathbb{R}$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\mathbb{R}$	$\sin x + C$
$1+\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$	$\left]-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right[$, $k \in \mathbb{Z}$	$\tan x + C$

Opérations et primitives

On suppose que u est une fonction dérivable sur un intervalle I

- Une primitive de $u'u^n$ sur I est $\frac{u^{n+1}}{n+1}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$
- Une primitive de $\frac{u'}{u^2}$ sur I est $-\frac{1}{u}$.
- Une primitive de $\frac{u'}{u^n}$ sur I est $-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$.$(n \in \mathbb{N}, n \geqslant 2$.
- Une primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ sur I est $2\sqrt{u}$ (En supposant $u > 0$ sur I.)
- Une primitive de $\frac{u'}{u}$ sur I est $\ln|u|$.
- Une primitive de $u'e^u$ sur I est e^u.

En particulier, si $u > 0$ sur I et si $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, une primitive de $u'u^a$ sur I est :

$$\boxed{\int u'u^a = \begin{cases} \frac{1}{a+1}u^{a+1} + C & \text{si } a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \ln u + C & \text{si } a = -1 \end{cases}}$$

INTEGRALE

Si F est une primitive de f, toutes les primitives de G de f s'écrivent :
$G(x) = F(x) + k$ avec $k \in \mathbb{R}$

f continue sur $x \in [a, b]$ alors: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) = [F(x)]_a^b$

$f(x) - f(a) = \int_a^x f'(t)dt$ **et** $\int_a^b f(t)dt = -\int_b^a f(t)dt$

avec t variable muette

Valeur moyenne: $\mu = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$ ***Valeur efficace:*** $f_c = \frac{1}{b-a}\int_a^b f_c^2(t)dt$