

Rappels : Forme algébrique d'un nombre complexe : $z = a + jb$ (a, b réels)

Avec : a partie réelle de z et b partie imaginaire de z.

Forme algébrique de l'inverse d'un nombre complexe : $\frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{z \times \bar{z}} = \frac{\bar{z}}{a^2 + b^2}$

Application numérique :

Dans un circuit RLC où la fréquence du signal est égale à 1500Hz, R=10kΩ, L=100mH et C=10nF, donner la forme algébrique de l'impédance de la résistance, celle du condensateur et de l'inductance :

Pulsation : $\omega = 2\pi f = 3000\pi$ rad/s
 $Z_R = R = 10 \cdot 10^3 = 10^4$ (a=10⁴ et b=0)

$Z_C = \frac{1}{jC\omega} = \frac{-jC\omega}{(C\omega)^2} = \frac{-j}{C\omega} = \frac{-j}{10 \cdot 10^{-9} \cdot 3000\pi} = \frac{-10^5 j}{3\pi}$ (a=0 et b= $\frac{-10^5}{3\pi}$)

$Z_L = jL\omega = j100 \cdot 10^{-3} \cdot 3000\pi = 300\pi j$ (a=0 et b=300π)

Rappels :
 $10^n \times 10^p = 10^{n+p}$
 $\frac{10^n}{10^p} = 10^{n-p}$

Pour s'entraîner :

Donner la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$Z_1 = \frac{1}{2+2j}$

$Z_2 = \frac{10^2}{1-10^3j}$

Réponse: $Z_1 = \frac{1}{4} + \frac{-1}{4}j$

Réponse : $Z_2 = \frac{10^2}{1+10^6} + \frac{10^5}{1+10^6}j$

Représentation dans le plan complexe :

Module d'un nombre complexe $z = a + jb$,

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Si M est le point d'affixe z dans un repère orthonormal (O; \vec{u}, \vec{v}) alors

|z| correspond à la distance OM.

Argument du nombre z, noté $\arg(z)$, toute mesure θ de l'angle ($\vec{u}, \overrightarrow{OM}$) telle que :

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{a}{|z|} \\ \sin \theta = \frac{b}{|z|} \end{cases}$$
 avec $\theta = \arg(z) [2\pi]$

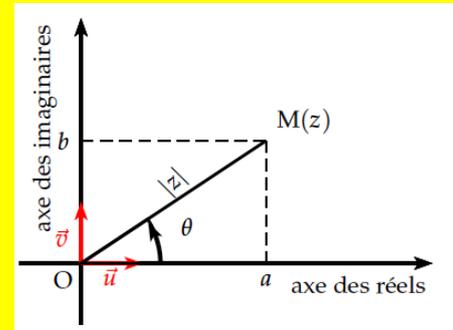
or $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{a}{|z|}}{\frac{b}{|z|}} = \frac{a}{|z|} \times \frac{|z|}{b} = \frac{a}{b}$

un argument de z : $\theta = \text{Arctan}\left(\frac{a}{b}\right)$

Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul $z = a + jb$, l'écriture suivante :

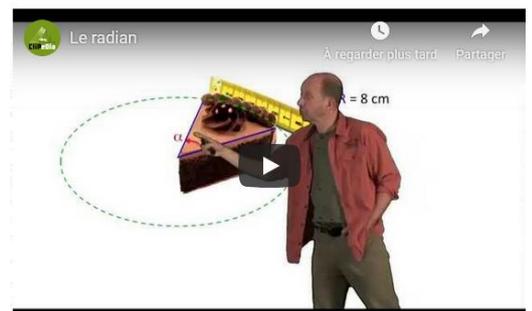
$z = |z|(\cos \theta + j \sin \theta)$ où $\theta = \arg(z)$

Noté également : $z = [|z|; \theta]$



Réviser les formules trigonométriques avec des vidéos sur :

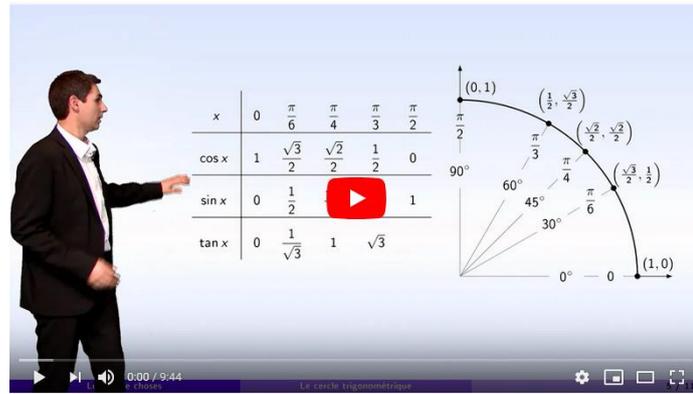
Le radian : <https://clipedia.be/videos/le-radian>





Formules trigonométriques :

<https://www.youtube.com/watch?v=vTQxj73lgM>



Application numérique :

Donner la forme trigonométrique puis la représentation graphique de chaque impédance du circuit RLC précédent:

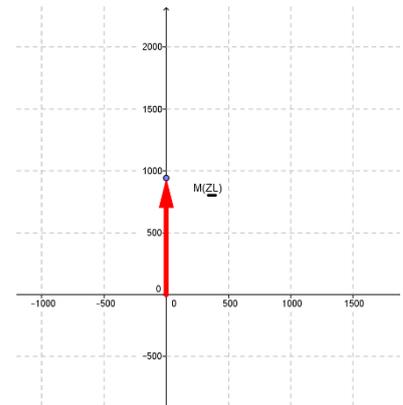
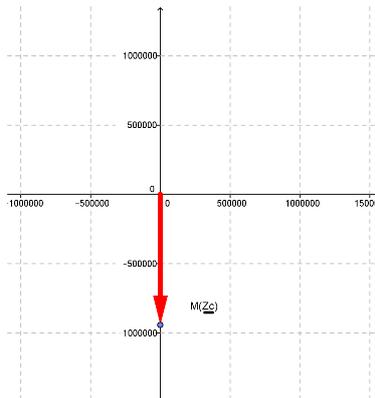
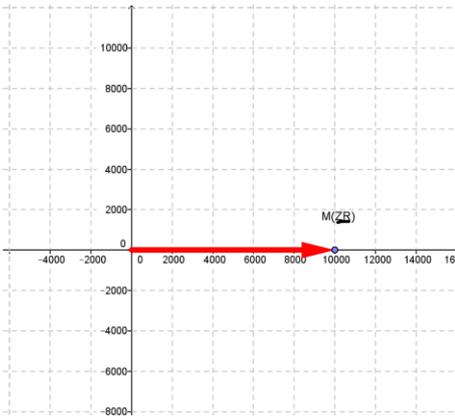
$Z_R = 10^4$; $Z_C = \frac{-10^5 j}{3\pi}$ et $Z_L = 300\pi j$

Réponses :

$Z_R = 10^4(\cos(0) + j\sin(0))$

$Z_C = \frac{10^5}{3\pi}(\cos(-\frac{\pi}{2}) + j\sin(-\frac{\pi}{2}))$

$Z_L = 3.10^2\pi(\cos(\frac{\pi}{2}) + j\sin(\frac{\pi}{2}))$



Pour s'entraîner :

Donner la forme trigonométrique des nombres complexes suivants et les représenter avec Géogébra :

$Z_1 = 2 + 2j$

$Z_2 = 1 - \sqrt{3}j$

$Z_3 = -3\sqrt{3} + 3j$

Réponse : $Z_1 = [2\sqrt{2} ; \pi/4]$

Réponse : $Z_2 = [2 ; -\pi/3]$

Réponse : $Z_3 = [6 ; 5\pi/6]$