

Les nombres complexes appliqués à l'électricité

Partie II

Lien avec le programme : Nombres complexes : point de vue géométrique. Image d'un nombre complexe. Module et arguments d'un nombre complexe non nul. Interprétation géométrique. Forme trigonométrique.

On rappelle que l'**impédance** d'un dipôle linéaire passif de bornes A et B en régime sinusoïdal de courant et de tension comme le quotient de la tension entre ses bornes et du courant qui le traverse : $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$ avec :

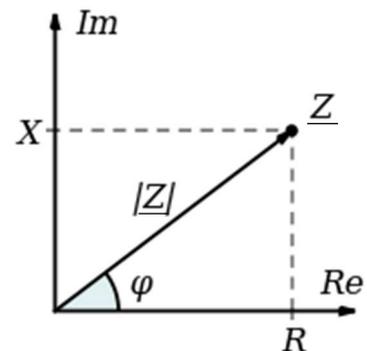
$$\underline{I} = I_{\max} (\cos (\omega t + \varphi_1) + i \sin (\omega t + \varphi_1)) \quad \text{et} \quad \underline{U} = U_{\max} (\cos (\omega t + \varphi_2) + i \sin (\omega t + \varphi_2)).$$

1. Donner le module et un argument de \underline{I} , le module et un argument de \underline{U} . C1
2. En déduire le module et un argument de \underline{Z} et écrire \underline{Z} sous forme trigonométrique. C5

Noter que l'impédance du dipôle est une constante complexe et se rappeler que sa partie réelle R et sa partie imaginaire X s'interprète concrètement en terme de résistance et de réactance du dipôle.

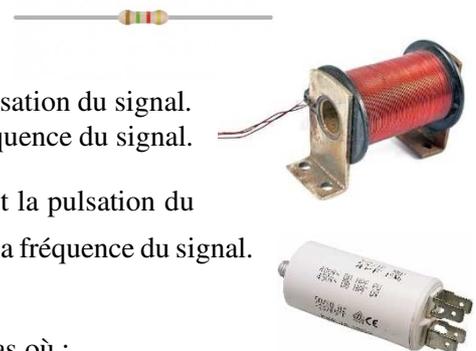
Le module de l'impédance, appelé **impédance apparente**, est homogène à une résistance et se mesure en ohms.

Un argument φ de \underline{Z} mesure le déphasage entre l'intensité et la tension du courant électrique traversant le dipôle.



Exemples :

- L'impédance d'une résistance idéale R est égale à R. C'est le seul composant à avoir une impédance purement réelle.
- L'impédance d'une bobine idéale d'inductance L est $L\omega i$ où ω est la pulsation du signal. Elle est imaginaire pur de partie imaginaire positive, et dépend de la fréquence du signal.
- L'impédance d'un condensateur idéal de capacité C est $-\frac{1}{C\omega} i$ où ω est la pulsation du signal. Elle est imaginaire pur de partie imaginaire négative, et dépend de la fréquence du signal.



3. Calculer sous forme trigonométrique l'impédance du dipôle dans le cas où :

$$I(t) = 0,2 \sin (100\pi t + \frac{\pi}{3}) \quad \text{et} \quad U(t) = 3 \sin (100\pi t + \frac{\pi}{4}).$$

C4

4. À partir des relevés de U et I ci-contre, déterminer la valeur de \underline{Z} à la fréquence considérée.

C1, C4

