Les nombres complexes appliqués à l'électricité

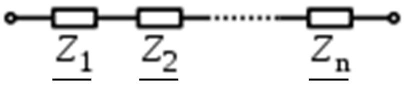
Partie I

Lien avec le programme : Nombres complexes : point de vue algébrique. Opérations.

A. Circuit de plusieurs dipôles

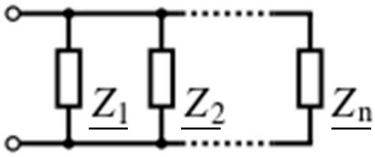
Considérons un circuit électrique comprenant n dipôles ($n \geqslant 2$). Le calcul de l'impédance équivalente d'un ensemble d'impédances se traite comme les résistances avec la loi d'Ohm :

Ensemble de *n* impédances en série.



L'impédance équivalente à des impédances en série est la somme des impédances : $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \ldots + \underline{Z}_n$

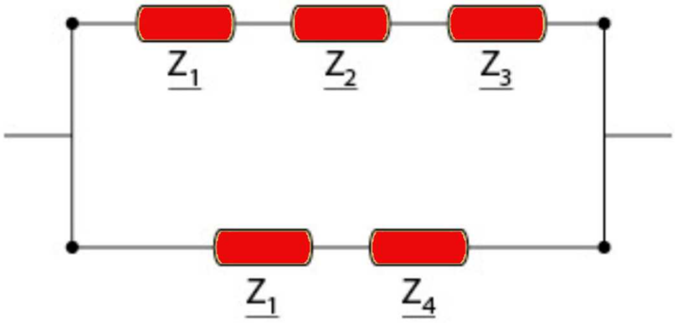
Ensemble de *n* impédances en parallèle.



L'inverse de l'impédance équivalente à des impédances en parallèle est la somme des inverses des impédances.

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \ldots + \frac{1}{\underline{Z}_n}$$

Déterminer l'impédance $\underline{Z}$ du montage ci-contre :
$\underline{Z}_1 = 3$,
$\underline{Z}_2 = 10\text{i}$
$\underline{Z}_3 = -2\text{i}$
$\underline{Z}_4 = 2 - \text{i}$.



C1, C4

B. Ligne de transmission

Lors d'une réception d'un signal émis par un satellite, une partie du signal traversant la parabole et le câble coaxial est réfléchie en arrière à cause des impédances de ces deux matériels.

On mesure cette perte par le coefficient de réflexion CR défini par C$R = \dfrac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$ où z_1 est l'impédance complexe de la parabole et z_2 celle du câble coaxial.

Une installation fournit $z_1 = 75$ et $z_2 = 46{,}6 - 20{,}3\text{i}$.

1. Écrire CR sous forme algébrique $a + b$i. **C4**

2. a. La superposition de ces deux ondes (en avant et en arrière) dans la ligne provoque l'apparition d'ondes stationnaires : à certains endroits de la ligne, les amplitudes des deux ondes s'additionnent, l'on a des *ventres* (forte amplitude) ; en d'autres endroits, les amplitudes se soustraient, l'amplitude de l'onde résultante est minimum, c'est ce que l'on appelle les *nœuds*.

Le Rapport d'Ondes Stationnaires est défini par ROS $= \dfrac{1+p}{1-p}$, où $p = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Pour respecter la norme imposer le ROS doit être inférieur à 2. L'installation est-elle conforme ? **C1, C4**

b. Dans le cas général, pour toute installation, on admet que p est compris entre 0 et 1. Quelle est la valeur maximale de p qui respecte la norme imposée ? **C3, C4**