Utilisation des nombres complexes en électricité

L'**impédance électrique** mesure l'opposition d'un circuit électrique au passage d'un courant alternatif sinusoïdal.

La définition de l'impédance est une généralisation de la loi d'Ohm (courant continue) au courant alternatif. On passe de U = RI à $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}$, avec $\underline{Z}$, $\underline{U}$ et $\underline{I}$ des nombres complexes.

Le mot **impédance** fut créé par le physicien britannique O. Heaviside en 1886. Il vient du verbe anglais *to impede* signifiant « retenir », « faire obstacle à » ; verbe qui dérive lui-même du latin *impedire* qui veut dire « entraver ».

Soit un composant électrique ou un circuit contenant un ou plusieurs dipôles linéaires passifs (résistances, bobines, condensateurs, mais pas de source). Si on l'alimente par une source sinusoïdale de pulsation ω, toutes les intensités et toutes les tensions dans les branches du circuit seront sinusoïdaux à la même pulsation ω mais pas forcément en phase.

Prenons un dipôle traversé par un courant alternatif sinusoïdal - d'intensité $I(t) = I_{max} \sin(\omega t + \varphi_1)$
- de tension à ses bornes $U(t) = U_{max} \sin(\omega t + \varphi_2)$.

Si $\varphi_1 \neq \varphi_2$, il y a un déphasage.

Pour définir l'**impédance** du dipôle (mais pas que…), on associe à $I(t)$ et $U(t)$ les deux nombres complexes $\underline{I}(t) = I_{max}(\cos(\omega t + \varphi_1) + i \sin(\omega t + \varphi_1))$ et $\underline{U}(t) = U_{max}(\cos(\omega t + \varphi_2) + i \sin(\omega t + \varphi_2))$.

$I(t)$ et $U(t)$, qui sont des quantités réelles, sont alors les parties imaginaires des deux nombres complexes $\underline{I}(t)$ et $\underline{U}(t)$.

Remarques :

1. Le nombre complexe i est souvent noté j en électricité pour éviter la confusion avec l'intensité du courant.
2. En changeant l'origine des temps, on aurait pu écrire des « cos » à la place des « sin » et alors $I(t)$ et $U(t)$ seraient vus comme les parties réelles de $\underline{I}(t)$ et $\underline{U}(t)$, ou bien on pourrait prendre $\varphi_1 = 0$ (et à ce moment-là φ_2 serait remplacé par $\varphi_2 - \varphi_1$, qui mesure le déphasage)… On démontra cela dans la partie III du présent document.

L'**impédance** d'un dipôle linéaire passif de bornes A et B en régime sinusoïdal est le quotient de la tension entre ses bornes et de l'intensité du courant qui le traverse : $\underline{Z} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}}$.

$\underline{Z}$ est un nombre complexe qui a donc une forme algébrique : $\underline{Z} = R + i X$, avec R et X des nombres réels.

R est la partie réelle dite **résistive**, appelée **résistance** et X est la partie imaginaire dite **réactive**, appelée **réactance**. Une réactance positive sera qualifiée d'*inductive*, alors qu'une réactance négative sera qualifiée de *capacitive*.

Comme on l'a dit, l'**impédance électrique** $\underline{Z}$ mesure l'opposition du dipôle au passage du courant.

R nous renseigne sur l'énergie dissipée par le dipôle sous forme de chaleur. Par exemple une résistance (de lave-linge, de lave-vaisselle, de bouilloire électrique) a idéalement une impédance purement résistive (X est nulle).

X nous renseigne sur l'énergie emmagasinée par le dipôle, celle-ci n'est pas dissipée et peut être restituée au circuit.
Deux exemples de dipôles idéalement purement réactifs :
- les bobines, créatrices de champs magnétiques, qui ont une réactance positive (inductances)
- les condensateurs qui stockent l'énergie et qui ont une réactance capacitive (capacitance).

Le concept d'impédance permet d'appliquer au régime sinusoïdal les formules utilisées en régime continu, tout en intégrant l'effet d'éléments capacitifs et inductifs.