Evaluation formative	Situation d'étude de **Mathématiques**	NOTE :	Durée : ... mn

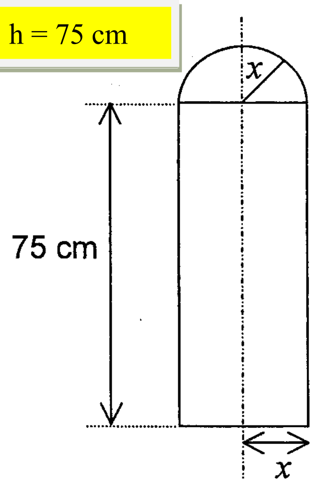
Classe : .... NOM et Prénom du CANDIDAT : .... Date du travail : ....

(*D'après sujet de Bac Pro Session juin 2009*)

La société Boute fabrique des bouteilles de plongée à partir de tubes d'acier sans soudure, grâce à la technique de fluotournage. Cette opération consiste en la fermeture du tronçon de tube.

Les bouteilles fabriquées, constituées d'un cylindre et d'une demi-sphère, ont **une hauteur de 75 cm** et **un diamètre variable** en fonction de leur volume.

Hauteur : h = 75 cm



Rayon : x = ?

On cherche à donner en litres les capacités minimale et maximale des bouteilles fabriquées par cette entreprise.

Partie A : Étude géométrique de la bouteille

Exprimer en fonction du rayon x le volume $V(x)$ de la bouteille en cm^3 et montrer que :

$$V(x) = \frac{2}{3}\pi x^3 + 75\pi x^2$$

Je nomme la hauteur de la bouteille : h = 75 cm avec le rayon R qui est x la variable

$$V_{Bouteille\ de\ plongée} = V_{\frac{1}{2}sphère} + V_{Cylindre}$$

$$V_{Sphère} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V_{\frac{1}{2}sphère} = \frac{V_{Sphère}}{2}$$

$$V_{\frac{1}{2}sphère} = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \frac{1}{2}$$

$$\boxed{V_{\frac{1}{2}sphère} = \frac{2}{3}\pi R^3}$$

$$\boxed{V_{Cylindre} = \pi R^2 \times h}$$

$V(x) = \frac{2}{3}\pi R^3 + \pi R^2 \times h$ **avec $R = x$**

$V(x) = \frac{2}{3}\pi\ x^3 + \pi x^2 \times h$ **Données : $\pi = 3.14$; $h = 75$ cm**

$$V(x) = \frac{2}{3}\pi\ x^3 + \pi x^2 \times 75$$

$$\boxed{V(x) = \frac{2}{3}\pi\ x^3 + 75\pi x^2}$$

$$V(x) = \frac{2}{3} \times 3.14\ x^3 + 75 \times 3.14\ x^2 \cong 2.093\ x^3 + 235.5\ x^2$$

Dans la suite de l'exercice on prendra $V(x)$ de la façon suivante : $\mathbf{V(x) = 2x^3 + 235x^2}$

Partie B : Étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [8,4 ; 10,2] par : $f(x) = 2x^3 + 235x^2$.

1) **Calculer** $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

$V(x) = 2\ x^3 + 235\ x^2$ **Dérivons chaque terme:**

$(x^3)' = 3 \times x^{3-1} = 3\ x^2$ *et* $(235\ x^2)' = 235 \times 2 \times x^{2-1} = 470 \times x$

On obtient : $\boxed{V'(x) = 6x^2 + 470x}$

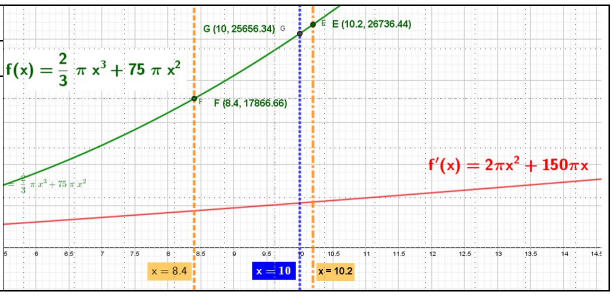
2) **Montrer** que $f'(x) = x\,(6x + 470)$.

$V'(x) = 6x^2 + 470x$ *avec mise en facteur :* $\boxed{V'(x) = x(6x + 470) = f'(x)}$

3) **Étudier** le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [8,4 ; 10,2].

4) **Compléter** le tableau de variation de f sur l'intervalle [8,4 ; 10,2].

x	**8,4** **10,2**
Signe de $f'(x)$	+
Variation de f	$f(10.2) = 26572$ ↗ $f(8.4) = 17767$



5) **Compléter** le tableau de valeurs de f à l'aide de la calculatrice. **Arrondir** les résultats à l'unité.

x	8,4	8,8	9	9,5	10,2
$f(x)$	**17 767**	**19 561**	20 493	**22 924**	**26 572**

6) **Tracer** la courbe C représentative de la fonction à l'aide de la calculatrice et de GEOGEBRA.

Conférer allure de la courbe et points caractéristiques en annexe

7) **Déterminer** graphiquement la valeur de x pour laquelle $f(x) = 25\,500$.

$f(x) = 25\,500$ *d'après la calculatrice ou GEOGEBRA , on obtient graphiquement* $\boxed{x = 10}$

Partie C : Application

1) **Déduire** de la partie B, la valeur du diamètre d'une bouteille de plongée dont le volume est 25500 cm^3. $x = 10$ *est égal au rayon ; le diamètre* $\boxed{D = 2 \times R = 2 \times x = 2 \times 10 = 20\ cm}$

2) **Donner** en litres les capacités minimale et maximale des bouteilles fabriquées par cetteentreprise. **Arrondir** à 10^{-1}. $f(8.4) = 17767\ cm^3 \leq$ *Capacité des bouteille fabriquées* $\leq f(10.2) = 26572\ cm^3$

$V(8.4) = 17767\ cm^3 \leq$ ***Capacité des bouteille fabriquées*** $\leq V(10.2) = 26572\ cm^3$

Conversion de l'unité : **cm^3 *en Litre : L sachant : 1 L correspond* à 1 *dm*^{3}**

$V(8.4) = 17767\ cm^3$ **correspond à 17,767 L**

$V(10.2) = 26572\ cm^3$ **correspond à 26,572 L**

$\boxed{17,8\ L \leq \textit{Capacité des bouteille fabriquées} \leq 26,6\ L}$

		m³			dm³			cm³			mm³
			hL	daL	L	dL	cL	mL			