Résolution d'une équation différentielle Homogène du Premier Ordre à Coefficients Constants

$$2y' + 3y = 0$$

Je reconnais une équation différentielle du Premier Ordre sans second membre

$2y' = -3y$ → Passer y et y' du même côté

$\frac{y'}{y} = -\frac{3}{2}$ On sait que : $y' = \frac{dy}{dx}$ en reportant $\frac{\frac{dy}{dx}}{y} = -\frac{3}{2}$

Alors $\frac{dy}{y} = -\frac{3}{2}dx$ en intégrant : $\boxed{\int \frac{dy}{y}} = \boxed{\int -\frac{3}{2}dx}$

$$\int \frac{1}{y}.dy = \int -\frac{3}{2}dx$$

On cherche les primitives sans oublier la constante d'intégration k:

$$\int -\frac{3}{2}dx = F(x) + k \text{ avec } k \in \mathbb{R}$$

$$\int -\frac{3}{2}dx = -\frac{3}{2}x + k \text{ avec } k \in \mathbb{R}$$

Formulaire: On sait que :

$$\ln|u| = \int \frac{u'}{u}$$

$$\ln|y| = \int \frac{1}{y}.dy$$

$$\ln|y| = -\frac{3}{2}x + k$$

Remarque: La fonction $y(x)$ est dérivable donc continue, sans discontinuité ; $y(x)$ est est toujours positif, on peut enlever la valeur absolue

<u>On applique</u>: la fonction exponentielle $e^{(....)}$ de chaque côté de l'égalité

$$\underbrace{e^{\ln(y)}} = e^{-\frac{3}{2}x+k}$$

$$y = e^{-\frac{3}{2}x+k}$$

$$y = e^{-\frac{3}{2}x} \times e^{k}$$

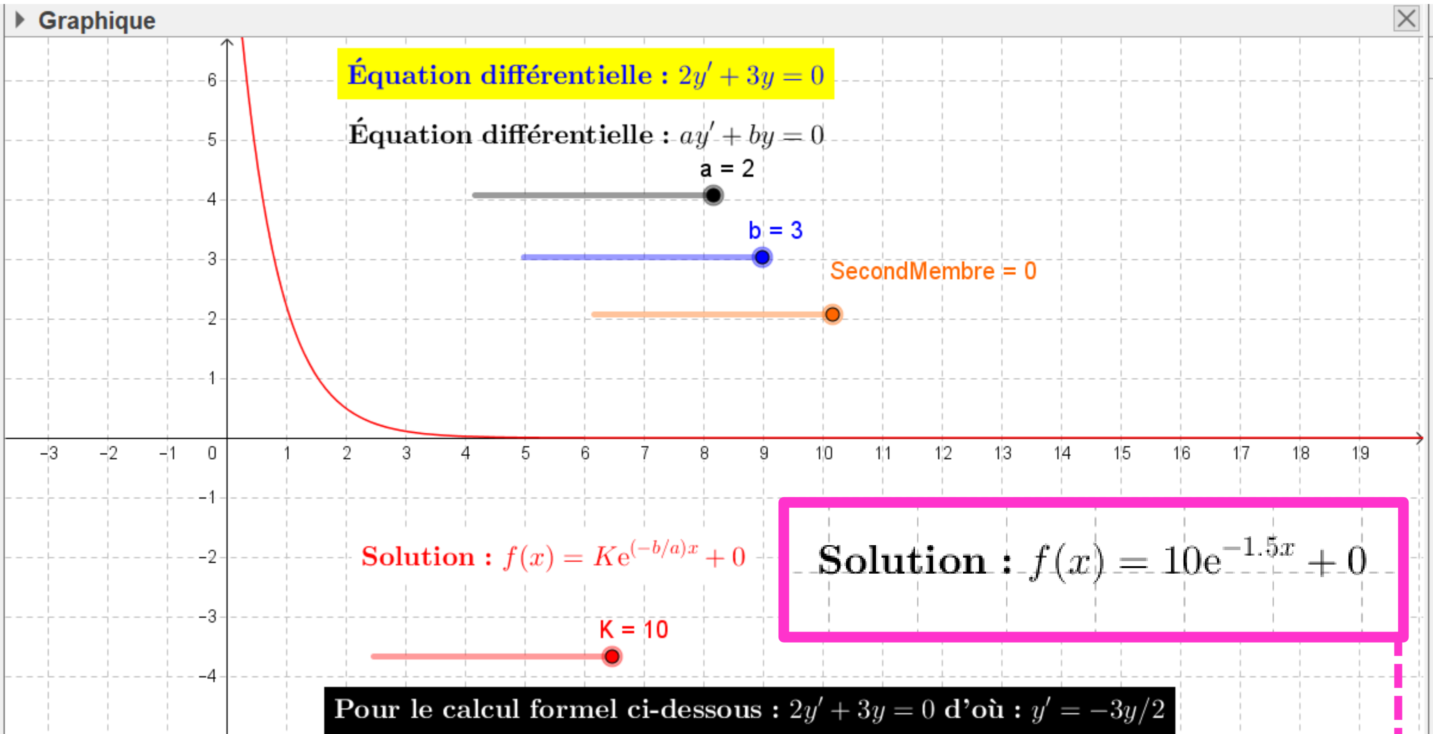
posons $e^k = K$ **avec** $K \in \mathbb{R}$

$$y = e^{-\frac{3}{2}x} \times K$$

$$\boxed{y = K.e^{-\frac{3}{2}x} \quad \text{avec } K \in \mathbb{R}}$$

Utilisation des TICE : Fonctionnalité de Calcul Formel sous GEOGEBRA V5

$$2y' + 3y = 0$$



Calcul formel

1 RésolEquaDiff(-3y/2)

$\rightarrow\ y = c_1\, e^{-3 \cdot \frac{x}{2}}$

ZOOM sur utilisation du calcul formel

Pour le calcul formel ci-dessous : $2y' + 3y = 0$ d'où : $y' = -3y/2$

$$2y' + 3y = 0 \quad s'écrit \quad \boxed{y' = -\frac{3}{2}y}$$

Calcul formel

1 $\boxed{\text{RésolEquaDiff(-3y/2)}}$

$\boxed{\rightarrow\ y = c_1\, e^{-3 \cdot \frac{x}{2}}}$