CALCUL INTEGRAL

I) RAPPEL:Primitives d'une fonction

Une fonction F est une **primitive** de la fonction f sur l'intervalle I, si elle a pour fonction dérivée la fonction f : pour tout x de I, $F'(x) = f(x)$.

• Si F est une primitive de f sur l'intervalle I, alors toutes les primitives de f sur I sont les fonctions G définies, pour tout x de I, par :
$G(x) = F(x) + c$ où c désigne un nombre réel quelconque.
• Sur l'intervalle I, si F est une primitive de f et si G est une primitive de g, alors $F + G$ est une primitive de $f + g$ et kF est une primitive de kf (k réel donné).

II) Primitives des fonctions usuelles

Dans les tableaux suivants, on donne pour chaque fonction f, une primitive F.

Fonction f	Primitive F
$f(x) = k$	$F(x) = kx$
$f(x) = x$	$F(x) = \dfrac{x^2}{2}$
$f(x) = x^2$	$F(x) = \dfrac{x^2}{3}$
$f(x) = x^3$	$F(x) = \dfrac{x^4}{4}$
$f(x) = x^n$	$F(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}$

Fonction f	Primitive F
$f(x) = \dfrac{1}{x}$	$F(x) = \ln(x)$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$
$f(x) = \sin(ax+b)$	$F(x) = -\dfrac{1}{a}\cos(ax+b)$
$f(x) = \cos(ax+b)$	$F(x) = \dfrac{1}{a}\sin(ax+b)$

III) Intégrales d'une fonction sur un intervalle [a ; b]

F est une primitive de f sur l'intervalle I et a et b sont deux nombres réels de I ; l'**intégrale** de la fonction f sur l'intervalle [a ; b] est le nombre : $\int_a^b f(x)dx = \left[F(x)\right]_a^b = F(b) - F(a)$

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$. L'unité d'aire est l'aire du rectangle (ou du carré) de cotés [OI] et [OJ]. En unités d'aire, l'aire $\mathcal{A}$ du domaine limité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = a$ et $x = b$ est : $\mathcal{A} = \int_a^b f(x)dx$