

**PROPOSITION DE CORRECTION AVEC RÉDACTION EN LaTeX™ et TICE GEOGEBRA V5**

Source : Livre Maths T<sup>le</sup> BAC PRO Groupements A et B éditeur Hachette Technique (mars 2016)

**Activité 3 page 68: Utilisation du logarithme**

*TICE : Installez GEOGEBRA version 5 sur votre ordinateur ou sur votre téléphone portable*



**Le chêne et ... le logarithme népérien!**

Dans des massifs forestiers de l'Ouest de la France, des relevés ont été effectués sur des chênes dont l'âge est compris entre 30 et 200 ans. On obtient ainsi une bonne modélisation de la croissance de *Quercus robur* avec la fonction  $f$  définie par:  $f(x) = 12,43 \ln x - 32,3$ . Dans cette expression  $x$  correspond à l'âge du chêne. Selon ce modèle mathématique:



1. Quelle est la hauteur d'un chêne de 100 ans ?
2. Quel est l'âge d'un chêne mesurant 32 m ?

1)  $f(x) = 12,43 \ln(x) - 32,3$  sur l'intervalle [30 ; 200] âge des chênes en année

à 100 ans l'âge la formule de modélisation de l'âges chênes donne :

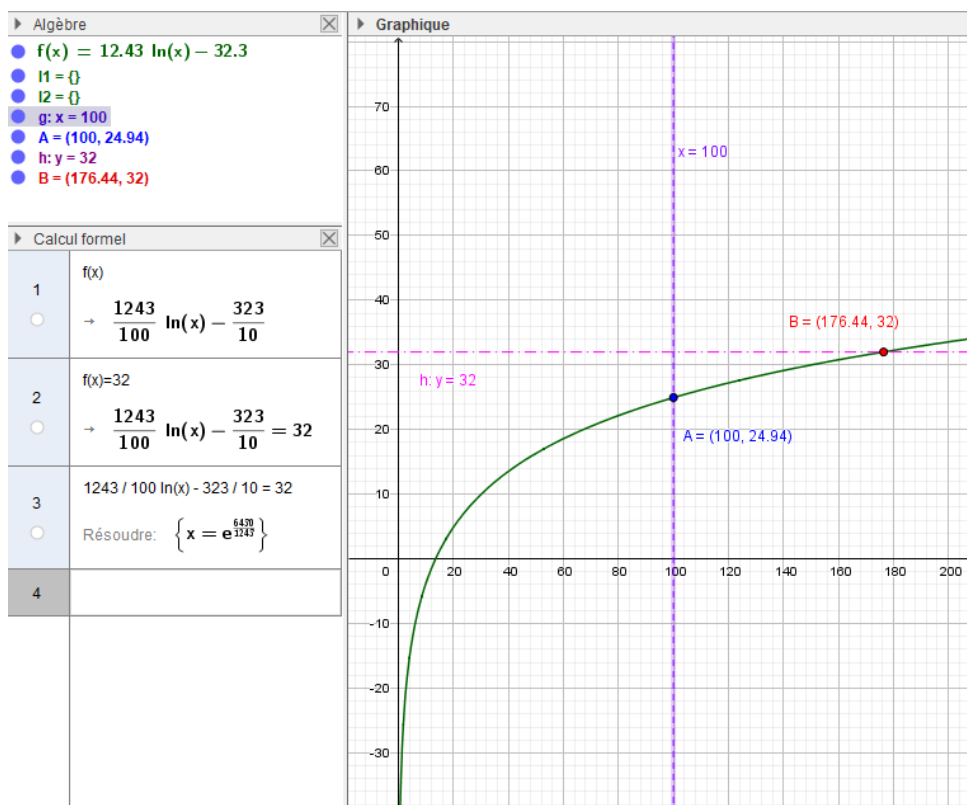
$$f(100) = 12,43 \ln(100) - 32,3 = 12,43 \ln(10^2) - 32,3 = 12,43 \times 2 \cdot \ln(10) - 32,3 \approx 24,94 \text{ m}$$

$f(100) \approx 25 \text{ m}$  Selon le modèle de la croissance de *Quercus robur* un chêne de 100 ans mesure 25 m de haut

2)  $f(x) = 12,43 \ln(x) - 32,3$  A l'aide de la calculatrice ou de GEOGEBRA

pour  $f(x) = 32$  alors  $32 = 12,43 \ln(x) - 32,3$  d'où  $x \approx 176,4 \text{ ans}$

On peut donc estimer qu'un chêne de 32 m de haut est âgé d'environ 176 ans



**PROPOSITION DE CORRECTION AVEC RÉDACTION EN LaTeX™**

Source : Livre Maths T<sup>le</sup> BAC PRO Groupements A et B éditeur Hachette Technique (mars 2016)

**Exercice 4 page 73 : Fonction logarithme népérien**

**4** a. Complétez le tableau suivant.

x	1	2	4	8	16	32	64
ln x							

b. Identifiez la nature de la suite formée par les nombres de la première, puis par ceux de la deuxième ligne du tableau.

c. Précisez pour chaque suite sa raison.

d. Exprimez la raison de la suite arithmétique en fonction de la raison de la suite géométrique.

a) *Cas des x*:  $x_1 = 1 \quad x_2 = 2 \quad x_3 = 4 \quad x_4 = 8 \quad x_5 = 16 \quad x_6 = 32 \quad x_7 = 64$

*Cas de ln(x)*:  $n = 1 : y_1 = \ln(1) = \ln(2^0) = 0 \times \ln(2)$   
 $n = 2 : y_2 = \ln(2) = \ln(2^1) = 1 \times \ln(2)$   
 $n = 3 : y_3 = \ln(4) = \ln(2^2) = 2 \times \ln(2)$   
 $n = 4 : y_4 = \ln(8) = \ln(2^3) = 3 \times \ln(2)$   
 $n = 5 : y_5 = \ln(16) = \ln(2^4) = 4 \times \ln(2)$   
 $n = 6 : y_6 = \ln(32) = \ln(2^5) = 5 \times \ln(2)$   
 $n = 7 : y_7 = \ln(64) = \ln(2^6) = 6 \times \ln(2)$

<b>x</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>64</b>
ln(x)	0	ln(2) = 0,693	ln(4) = 1,386	ln(8) = 2,079	ln(16) = 2,773	ln(32) = 3,446	ln(64) = 4,159

b) c) et d)

$x_2 = x_1 \times 2 \quad x_3 = x_2 \times 2 \quad x_4 = x_3 \times 2 \quad \dots \quad x_n = x_{n-1} \times 2$

d'où  $x_n = x_{n-1} \times q$  Suite géométrique de raison  $q = 2$  et de premier terme  $x_1 = 1$

$y_1 = 0 \quad y_2 = \ln(2) \quad y_3 = \ln(2) + \ln(2) = 2\ln(2) \quad y_4 = 2\ln(2) + \ln(2) = 3\ln(2)$

d'où  $y_n = y_1 + (n - 1) \times \ln(2)$

Suite arithmétique de raison  $r = \ln(2) = 0,693$  et de premier terme  $y_1 = 0$

**Synthèse / bilan :**

- Ne pas hésiter à mettre sous forme de puissance et tester votre solution pour la valeur initiale
- Vérifier bien les passages du précédent terme au terme suivant (opérateurs : +, -, × ou -)