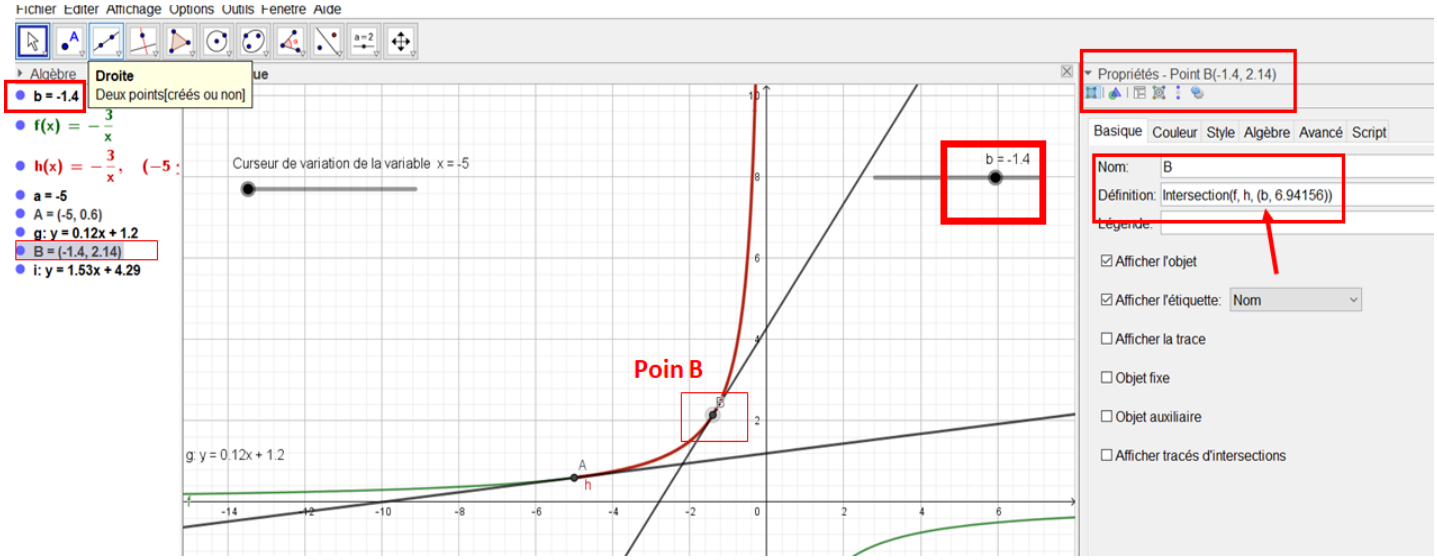
I) Notion de fonction dérivée :

On définit une fonction f dérivable sur un intervalle I.

On appelle **fonction dérivée** de f (notée f') la fonction qui associe, à toute valeur x de I, le nombre dérivé de f en x.

Le **nombre dérivé d'une fonction f en un point A d'abscisse x_A** de sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ est le **coefficient directeur a de la tangente** à la courbe au point A.

On note le nombre dérivé $f'(x_A)$. $\qquad f'(x_A) = a$.



II) Fonctions dérivées des fonctions de référence et règles de dérivation

- La fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre dérivé de f en x, est appelée **fonction dérivée de la fonction f**. On note f' cette fonction dérivée.

Dérivées des fonctions usuelles	
Fonction	**Dérivée**
a	0
$ax+b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$

Dérivées des fonctions usuelles	
Fonction	**Dérivée**
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x
e^{ax}	$a \cdot e^{ax}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Opérations sur les dérivées	
Fonction	**Dérivée**
$u+v$	$u'+v'$
$k \cdot u$	$k \cdot u'$

III) Application des dérivées à l'étude des variations d'une fonction

Considérons une fonction numérique f, définie et dérivable sur un intervalle I.

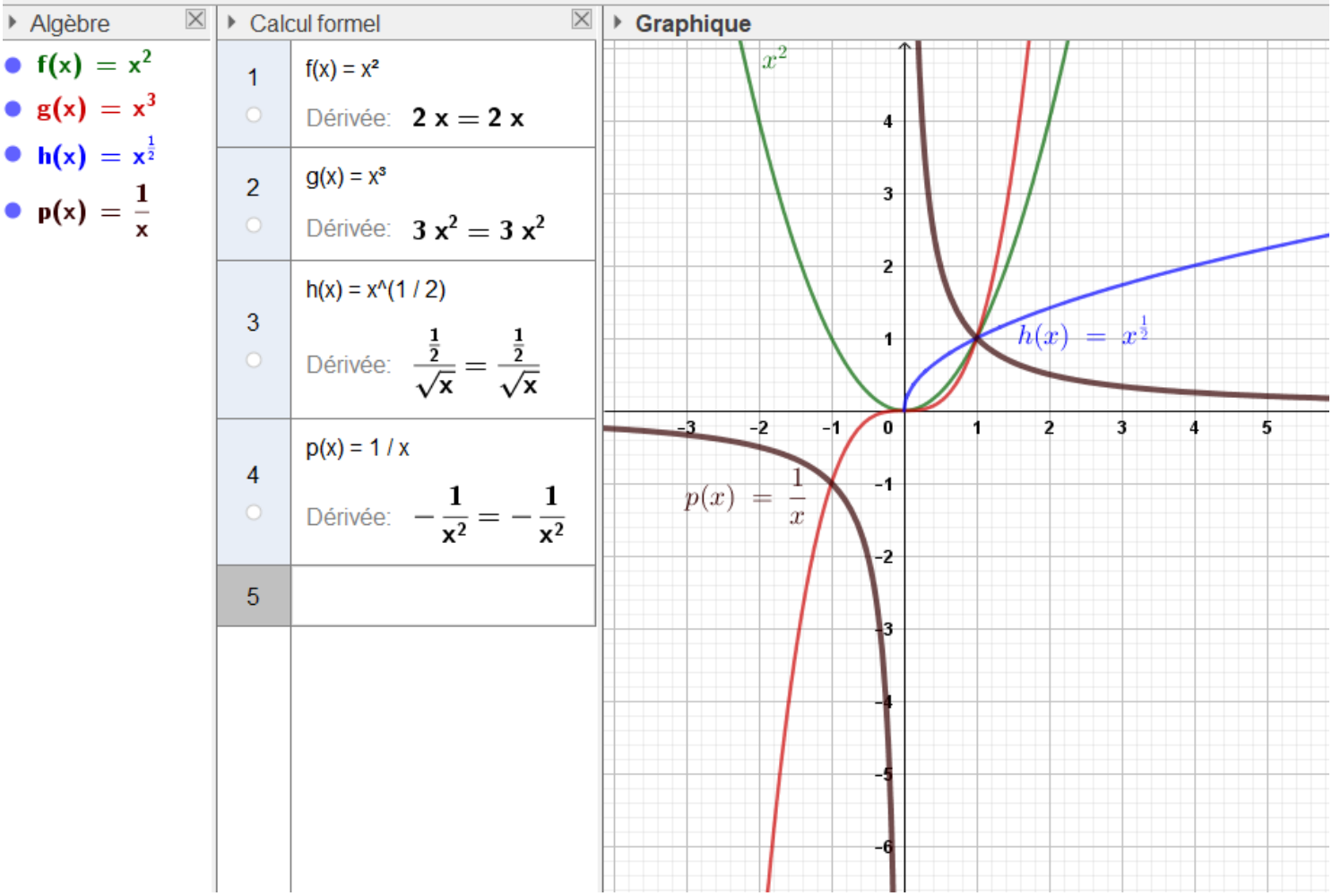
Pour tout réel x de I,
- Si $f'(x) = 0$ alors f est constante sur I
- Si $f'(x) < 0$ alors f est décroissante sur I
- Si $f'(x) > 0$ alors f est croissante sur I

Si pour une valeur de x_0 de I, $f'(x_0) = 0$ avec changement de signe, alors la fonction f passe par un **extremum** $x = x_0$.

x		x_0	
$f'(x)$	-	0	+
Sens de variation de f	↘	minimum	↗

x		x_0	
$f'(x)$	+	0	-
Sens de variation de f	↗	maximum	↘

Utilisation du calcul formel pour calculer une fonction dérivée



$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

Complément de formules de fonctions dérivée

Fonction		Dérivée
x^n	$n \in \mathbb{Z}$	nx^{n-1}
x^α	$\alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$e^{\alpha x}$	$\alpha \in \mathbb{C}$	$\alpha e^{\alpha x}$
a^x	$a \in \mathbb{R}_+^*$	$a^x \ln a$
$\ln \lvert x \rvert$		$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\cos x$		$-\sin x$
$\sin x$		$\cos x$
$\tan x$		$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

$$\sin' x = \cos x \quad \text{et} \quad \cos' x = -\sin x$$

Dérivée	Formule
de la somme	$(u+v)' = u' + v'$
de ku	$(ku)' = ku'$
du produit	$(uv)' = u'v + uv'$
de l'inverse	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
du quotient	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
de la puissance	$(u^n)' = nu'u^{n-1}$
de la racine	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
du logarithme	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
de l'exponentielle	$[e^u]' = u'e^u$